Übungsaufgaben weitere Themen (alter LP)	W
Satz von Vieta. Quadratische Ungleichungen	**05**

1. Löse mit dem Satz von Vieta und faktorisiere den zugehörigen quadratischen Term:
   (a) $x^2 - 6x + 5 = 0$ (b) $-2x^2 - 24x = 70$

2. Gesucht ist eine quadratische Gleichung mit den Lösungen $x_{1/2} = -3 \pm 1$.
   Hierzu könnte man die Lösungsformel studieren:
   $x^2 + bx + c = 0$ hat die Lösungen $x_{1/2} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{(\frac{b}{2})^2 - c}$; es muss also $-\frac{b}{2} = -3$, d. h. $b = 6$ sein; ferner $(\frac{b}{2})^2 - c = 1$, d. h. $c = (\frac{b}{2})^2 - 1 = 9 - 1 = 8$. Somit $x^2 + 6x + 8 = 0$.

   Wesentlich bequemer ist jedoch ein faktorisierter Ansatz. Finde auf diese Art obige Gleichung.

3. Warum kann man bei der quadratischen Gleichung $x^2 - 16x + 64 = 0$ die Lösungen sofort sehen?

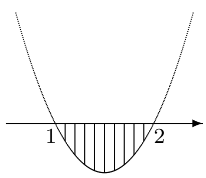
4. Faktorisiere, gib den Definitionsbereich an und kürze anschließend:
   (a) $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 2x - 3}$ (b) $\dfrac{10x^2 - 70}{\sqrt{7}x^2 + 5x - 2\sqrt{7}}$

5. Löse folgende Ungleichungen:
   (a) $-3x^2 - 4x + 5 \geq 0$
   (b) $x^2 - 3x + 10 \leq 0$
   (c) $2x^2 + 98 > 28x$

6. Betrachte folgende Lösung der Bruchungleichung $\dfrac{x+3}{x-1} \geq 5$ und beantworte die nachfolgenden Fragen.

$$\begin{array}{lrcl}
(1) & \dfrac{x+3}{x-1} & \geq & 5; \quad | \cdot (x-1)^2 \\
& (x+3)(x-1) & \geq & 5(x-1)^2; \\
& x^2 - x + 3x - 3 & \geq & 5x^2 - 10x + 5; \\
& -4x^2 + 12x - 8 & \geq & 0; \quad | : (-4) \quad (!) \\
(2) & x^2 - 3x + 2 & \leq & 0.
\end{array}$$

   Die zugehörige quadratische Gleichung hat die Lösungen $x_{1/2} = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 - 2}$, also $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.
   In (2) hat man eine nach oben geöffnete Parabel, bei der man sich für den Bereich „unten“ interessiert.
   Also $L =]1; 2]$.



   (a) Welchen Vorteil hat es hier, in Zeile (1) mit dem Quadrat des Nenners zu multiplizieren?
   (b) Wie erklären sich die eckigen Klammern der Lösungsmenge?