CC BY-SA: www.strobl-f.de/ueb128.pdf

12. Klasse Übungsaufgaben — 12
Lagebeziehung Gerade – Gerade — 08

1. Weisen Sie die Lagebeziehung für die Geraden aus grund126.pdf nach:
$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

2. Gegeben sind die Geraden aus ueb126.pdf, Aufgabe 1:
$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, und $k: \vec{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$,
$\lambda, \mu, \sigma \in \mathbb{R}$.

   (a) Warum kann man die Lagebeziehung von g und h schnell sehen?

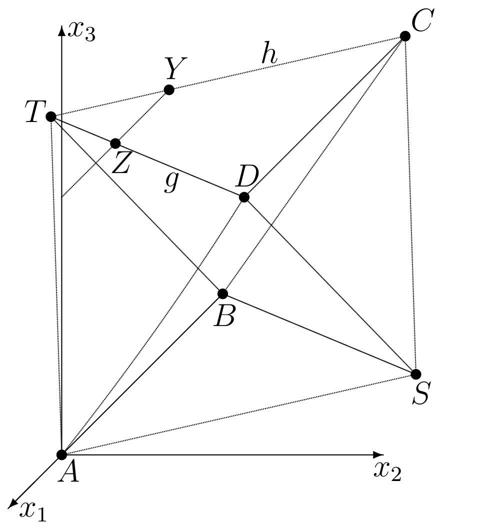
   (b) Weisen Sie die Lagebeziehung von g und k nach.

3. Gegeben sind die Geraden $g_1: \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$, $g_2: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$,
$g_3: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $g_4: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -16 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -9 \end{pmatrix}$, $\lambda, \mu, \sigma, \tau \in \mathbb{R}$.
Untersuchen Sie jeweils die Lagebeziehung:

   (a) g_1 und g_2; (b) g_2 und g_3; (c) g_3 und g_4; (d) g_1 und g_4;

   falls sich die Geraden schneiden, bestimmen Sie auch den Schnittwinkel; falls die Geraden parallel sind, bestimmen Sie auch den Abstand.

4. Gegeben ist das nebenstehende Oktaeder durch $A(0|0|0)$, $B(-6|0|0)$, $C(-6|2\sqrt{3}|2\sqrt{6})$, $D(0|2\sqrt{3}|2\sqrt{6})$ und $S(-3|3\sqrt{3}|0)$.



   (a) T ist der Schnittpunkt der Geraden g und h, wobei g eine Parallele zu BS durch D ist und h eine Parallele zu AS durch C ist. Bestimmen Sie die Koordinaten von T.

   (b) Die im Bild gezeigte Gerade hat die Gleichung $YZ: \vec{X} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2\sqrt{6} \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\sigma \in \mathbb{R}$.
   Zeigen Sie, dass die Gerade YZ und die x_3-Achse sich schneiden.

   Ergänzender Hinweis: Der Abstand der windschiefen Geraden AS und g kann hier leicht bestimmt werden, da AS in der Ebene $x_3 = 0$ und g in der parallelen Ebene $x_3 = 2\sqrt{6}$ liegt. Der Abstand der beiden windschiefen Geraden ist also $2\sqrt{6}$.