12. Klasse Übungsaufgaben	12
Wendepunkte, Integralfunktionen	**02**

Anwendungsaufgaben siehe ueb121.pdf, Aufgabe 1 (c), ueb117.pdf, Aufgabe 4, grund110.pdf (Optimierungsaufgabe) und ueb103.pdf, Aufgabe 2.

1. Zu betrachten ist die Integralfunktion $I(x) = \int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{x} \cos t\, dt$, $x \in \mathbb{R}$.

   Berechnen Sie den Term von $I(x)$.

   Zeigen Sie: $I(0) < 0$ (obwohl $\cos t \geq 0$ für $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$). Formulieren Sie eine Begründung für diese Beobachtung.

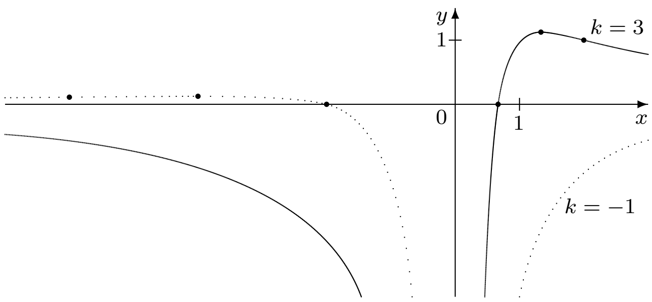
2. (a) Untersuchen Sie $f(x) = 2x^4 - x$ auf Extrema und Wendepunkte (x-Werte und Art genügen jeweils).

   (b) Untersuchen Sie $f(x) = -x^4 + 2x^3$ auf Extrema (x-Werte und Art genügen) und Wendepunkte. Zeigen Sie, dass bei $x = 1$ ein Wendepunkt vorliegt, und berechnen Sie die Wendetangente in diesem Punkt.

   (c) Untersuchen Sie $f(x) = x^4$ auf Extrema und Wendepunkte.

3. Bestimmen Sie für $f(x) = \frac{1}{x} - x^2$ (siehe auch ueb116.pdf/Aufgabe 5) die Lage des Wendepunkts.

4. Gegeben ist die Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = \dfrac{kx - 2}{x^2}$. Das Schaubild zeigt die Graphen für $k = 3$ und $k = -1$.



   Bestimmen Sie die Lage des Wendepunkts in Abhängigkeit vom Parameter k.

   Überzeugen Sie sich davon, dass sich für $k = 3$ die in der Abbildung gezeigte Lage des Wendepunktes ergibt.

5. Berechnen Sie den Term einer achsensymmetrischen Funktion 4. Grades, deren Wendepunkt bei $x = 1$ liegt, wobei der Wendepunkt zugleich Nullstelle ist und darin die Steigung 2 hat.

6. Zeigen Sie: $I(x) = x \cdot \ln \frac{x+3}{2x} + 3\ln(x+3) - 7\ln 2$ ist der Term der Integralfunktion $I(x) = \int\limits_{1}^{x} \ln \frac{t+3}{2t} dt$.

   Der Integrand $f(t) = \ln \frac{t+3}{2t}$ hat die Nullstelle $x = 3$. Was folgt daraus für den Graphen von I?