11. Klasse Übungsaufgaben	11
Wurzelfunktion, Umkehrung, Parameter	**05**

1. Gegeben ist die Funktion mit $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$.

   Geben Sie den maximalen Definitionsbereich an, zeichnen Sie den Funktionsgraphen und begründen Sie, dass sich tatsächlich genau ein Halbkreis ergibt, also eine Figur, deren Punkte alle den gleichen Abstand vom Mittelpunkt haben.

2. Skizzieren Sie die Umkehrfunktion zu $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $D_f =]-\infty; 2]$ (siehe grund114.pdf), nämlich $f^{-1}(x) = 2 - \sqrt{x-1}$, $D_{f^{-1}} = [1; \infty[$,

   (a) indem Sie beschreiben, wie f^{-1} durch Verschiebungen und Streckungen aus der gewöhnlichen Wurzelfunktion mit $y = \sqrt{x}$ hervorgeht,

   (b) durch Spiegelung an der Winkelhalbierenden des I./III. Quadranten.

   (c) Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen der Steigung $f'(a)$ in dem auf dem Graphen von f liegenden Punkt $(a|b)$ und der Steigung $(f^{-1})'(b)$ im entsprechenden Punkt der Umkehrfunktion.

3. Berechnen Sie den Term der Umkehrfunktion: $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$.

4. Beim Funktionsterm $f(x) = x^3 + 5x + 7$ ist zwar die explizite Angabe des Terms der Umkehrfunktion (zumindest mit Schulmethoden) nicht möglich; trotzdem kann gesagt werden, dass die dadurch gegebene Funktion umkehrbar ist, und zwar mit Hilfe der Steigung. Führen Sie diese Betrachtung durch!

5. Gegeben sind die Funktionenschar f_k mit $f_k(x) = 2kx + 3$ mit dem Parameter $k \in \mathbb{R}$ und die Parabel p mit $p(x) = x^2 - 2x + 5$.

   Welche der Geraden ist parallel zur Tangente an p im Punkt $Q(2|5)$?

6. Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = \frac{1}{a^2}x^3 - \frac{3}{a}x^2 - 9x + 5(a+1)$ mit dem negativen Parameter $a < 0$.

   (a) Untersuchen Sie die Lage des Maximums!

   (b) Zeigen Sie, dass die Maxima aller Scharkurven auf einer Geraden liegen, und geben Sie deren Gleichung an.