

| | |
|----------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 11. Klasse Übungsaufgaben | 11 |
| Gebrochen-rationale Funktionen, $\lim x \rightarrow x_0$ | 01 |

Weitere Beispiele und Aufgaben \rightarrow grund87.pdf, grund109.pdf, grund100.pdf, ueb87.pdf, ueb105.pdf Aufgabe 6, ueb107.pdf Aufgaben 5/6, ueb109.pdf Aufgabe 3 und ueb100.pdf.

1. Gegeben ist $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 5x}$.

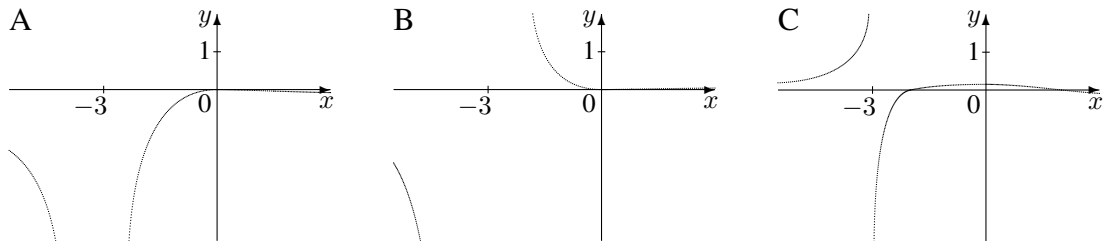
Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 0 \pm 0} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -5 \pm 0} f(x)$.

Fertigen Sie eine grobe Skizze des Funktionsgraphen.

2. Formulieren Sie, was die Vielfachheit einer Polstelle über Vorzeichenwechsel an dieser Stelle bedeutet. Untersuchen Sie die folgenden Beispiele:

(a) $f_1(x) = \frac{-x^2}{3x^2 + 18x + 27}$ (b) $f_2(x) = \frac{x^2}{(x + 3)^3}$ (c) $f_3(x) = \frac{4 - x^2}{x^3 + 27}$

Ordnen Sie die folgenden Graphen diesen drei Funktionstermen zu:



3. Rechnen Sie durch Faktorisieren direkt sowie mit Hilfe der h -Methode nach, dass (siehe grund111.pdf) $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \frac{x^3 - x^2}{2x^2 - 2} = \frac{1}{4}$.

4. Berechnen Sie für $f(x) = \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 3x + 2}$ die Definitionslücken, geben Sie die faktorierte Form und die Vorzeichenbereiche an und untersuchen Sie das Verhalten an der Definitionslücke $x = 1$ mit der h -Methode.

5. Geben Sie alle Asymptoten an:

(a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8x}$ (b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 8x}$

(c) $f(x) = \frac{x^3 + 8x}{x^2 - 4} = x + \frac{12x}{x^2 - 4}$

(Überzeugen Sie sich davon, dass die hier angegebene Umformung richtig ist!)

(d) $f(x) = \frac{1}{x - 1} - \sqrt{2} + 3x$ (e) $f(x) = \frac{7x^2 - 6x - 3}{2x}$

6. Gegeben ist die Funktionenschar mit dem Parameter $a \in \mathbb{R}$ durch $f_a(x) = \frac{-2x^2 + 50}{x^2 + a}$.

(a) Untersuchen Sie f_a auf Definitionsbereich und Nullstellen.
Geben Sie den Schnittpunkt Y_a mit der y -Achse an.

(b) Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow \sqrt{-a} \pm 0} f(x)$, sofern $a < 0$.

(c) Fertigen Sie eine Skizze der Funktionsgraphen für $a = -25$, $a = -16$ und $a = 25$.