10. Klasse Übungsaufgaben	**10**
Ganzrationale Funktionen	**05**

Weiteres Beispiel siehe ueb94.pdf, Aufgabe 6.

1. Geben Sie den prinzipiellen Verlauf im Unendlichen an:

   (a) $f_1(x) = 3x^6 - 6x^3 + \pi$ (b) $f_2(x) = \pi x^5 + 4x^4 - 10$

   (c) $f_3(x) = 3x^3 - 2x^5 + x - 7$ (d) $f_4(x) = -\frac{1}{3}x^4 + 2{,}7x^3 + 5x + 1$

2. Untersuchen Sie, ob Achsensymmetrie (A) zur y-Achse bzw. Punktsymmetrie (P) zum Nullpunkt (Ursprung) des Koordinatensystems vorliegen oder keines davon:

   (a) $f(x) = x^{11} - x^5 + 2x$ (b) $f(x) = (x^2 + 10)(x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10})$

   (c) $f(x) = x^6 - 9x^4$ (d) $f(x) = \frac{x^2-1}{x(x^2-3x)}$

   (e) Untersuchen Sie Teilaufgabe (b) bis (d) zusätzlich auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

   Für die sin- und cos-Funktion gelten: $\sin(-x) = -\sin(x)$ und $\cos(-x) = \cos(x)$. Geben Sie die demnach vorliegende Symmetrieeigenschaft bei

   (f) sin- und cos-Funktion,

   (g) der durch $f(x) = (\sin x \cdot \cos x)^3$ gegebene Funktion.

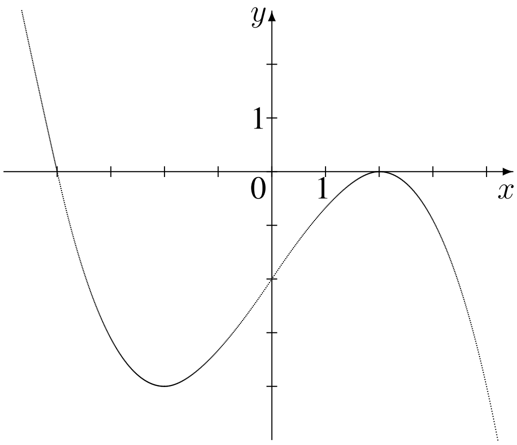
3. Bestimmen Sie die Nullstellen und skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf des Funktionsgraphen:

   $f(x) = x^4 - 3x^3 - 10x^2$

4. Bestimmen Sie die Nullstellen:

   $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{15}{4}x^2 + 4$

5. Bestimmen einen Funktionsterm zu der durch nebenstehenden Graphen gegebenen Funktion.



6. Gegeben sind die durch $f(x) = \frac{1}{8}(x^3 - 6x^2)$ und $h(x) = \frac{1}{x^2}$ definierten Funktionen.

   (a) Berechnen Sie für f die Nullstellen.

   (b) Welche Bedeutung für den Graphen von f hat die Tatsache, dass sich die Gleichung $\frac{1}{8}(x^3 - 6x^2) = -4$ umformen lässt in $x^3 - 6x^2 + 32 = (x+2)(x-4)^2 = 0$?

   (c) Skizzieren Sie die Graphen von f und h in ein gemeinsames Koordinatensystem. Beschreiben Sie Steigen und Fallen der Graphen.
   Beantworten Sie nun die Frage, wie viele Lösungen die Gleichung $\frac{1}{8}(x^3 - 6x^2) = \frac{1}{x^2}$ hat.