



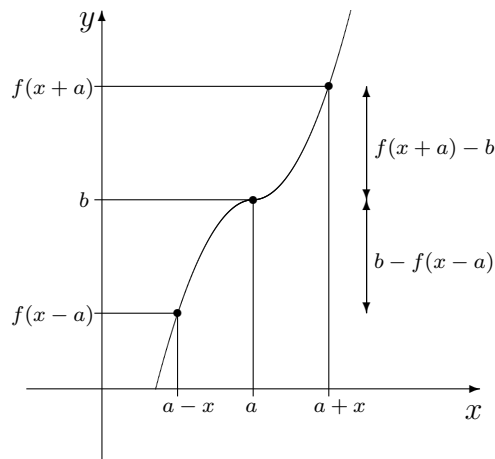
<b>Lösungen weitere Themen (alter LP)</b>	<b>W</b>
<b>Kurvendiskussion: Theorie</b>	<b>08</b>

1. (a)  $a - x$  und  $a + x$  sind symmetrisch zu  $x = a$  liegende  $x$ -Werte. Aus der Zeichnung liest man dann die gegebene Beziehung ab.

Alternativ kann man auch sagen: Der Mittelwert von  $f(x + a)$  und  $f(x - a)$  muss  $b$  sein:

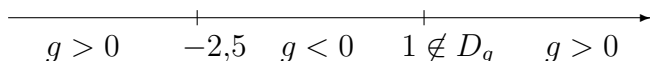
$$\frac{f(x + a) + f(x - a)}{2} = b$$

Diese Beziehung kann durch Umformen aus der gegebenen Beziehung hergeleitet werden.



- (b) Linke Seite:  $2 - f(1 - x) = 2 - \frac{2(1-x)+5}{(1-x)-1} = 2 - \frac{7-2x}{-x} = 2 + \frac{7-2x}{x} = \frac{2x+7-2x}{x} = \frac{7}{x}$   
 Rechte Seite:  $f(1 + x) - 2 = \frac{(2(1+x)+5)}{(1+x)-1} - 2 = \frac{7+2x}{x} - 2 = \frac{7+2x-2x}{x} = \frac{7}{x}$ .
- (c) Achsensymmetrie:  $f(a + x) = f(a - x)$

2. Man ermittelt zunächst die Vorzeichenbereiche des Bruches  $g(x) = \frac{2x+5}{x-1}$

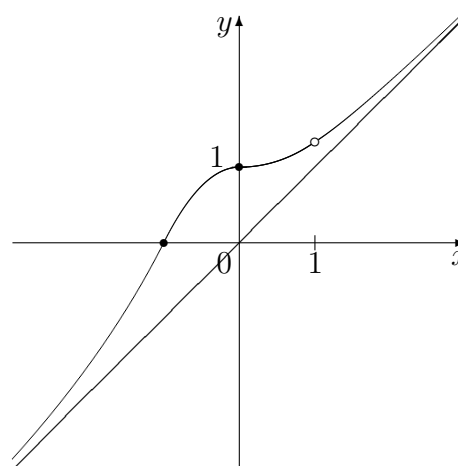


Da  $g(x) \geq 0$  sein muss, folgt für den Definitionsbereich des gegebenen Wurzelausdrucks:  $D_f = ] - \infty; -2,5] \cup ]1; \infty[$

3. (a) Polynomdivision:  $f(x) = (x^4 - 1) : (x^3 - 1) = x + \frac{x-1}{x^3-1} = \underbrace{x}_{\uparrow} + \frac{1}{\underbrace{x^2+x+1}_{\rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow \infty}}$   
 Die schräge Asymptote hat also die Gleichung  $y = x$
- (b) Es ist  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{4}{3}$
- (c)  $x^4 - 1 = (x^2 - 1)(x^2 + 1) = (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)$ . Also hat  $x^4 - 1 = 0$  die Lösungen  $x_1 = 1 \notin D$ ,  $x_2 = -1$ . Somit ist  $x = -1$  die einzige Nullstelle.

Extrema: Es ist  $f'(x) = \frac{x^4+2x^3+3x^2}{(x^2+x+1)^2}$  und somit  $f' > 0$  überall außer bei  $x = 1$  (Definitionslücke) und  $x = 0$ . Also liegt bei  $x = 0$  ein Terrassenpunkt vor. Extrema gibt es nicht.

Wendepunkte: Es ist  $f''(x) = \frac{6x^5-12x^4+12x^2-6x}{(x^3-1)^3}$  und somit  $f'' > 0$  in  $] - \infty; -1[ \cup ]0; 1[ \cup ]1; \infty[$ . Also liegen bei  $(-1|0)$  und  $(0|1)$  Wendepunkte vor, wobei  $(0|1)$  sogar Terrassenpunkt ist.



$$W_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{4}{3} \right\}$$