Lösungen weitere Themen (alter LP) W
Satz von Vieta. Quadratische Ungleichungen 05

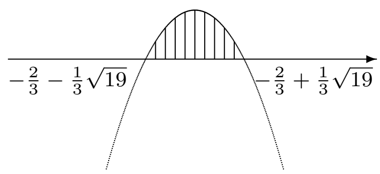
1. (a) Wegen $5 = 1 \cdot 5$ und $6 = 1 + 5$ ist $x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5)$, also $x_1 = 1$, $x_2 = 5$.
   (b) Alles auf die linke Seite und geteilt durch (-2) ergibt $x^2 + 12x + 35 = 0$.
   Wegen $35 = (-5) \cdot (-7)$ und $-12 = (-5) + (-7)$ ist $x_1 = -5$, $x_2 = -7$.
   Faktorisieren: $x^2 + 12x + 35 = (x+5)(x+7)$.

2. $x_1 = -4$, $x_2 = -2$. Also („x minus Lösung") $(x+4)(x+2) = x^2 + 6x + 8 = 0$.

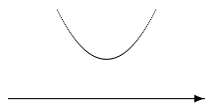
3. Binomische Formel: $x^2 - 16x + 64 = (x-8)^2 = 0$. Also $x_{1/2} = 8$.

4. Vorgehensweise: Setze Zähler und Nenner gleich 0 und finde (mit Formel, eventuell direkt mit Vieta oder binomischer Formel) die Lösungen und schreibe Zähler und Nenner in faktorisierter Form („x minus Lösung"); für den Definitionsbereich D berücksichtige man, dass der Nenner nicht 0 werden darf:
   (a) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-2x-3} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x-2}{x+1}$. $D = \mathbb{R}\backslash\{-1; 3\}$.
   (b) $\frac{10x^2-70}{\sqrt{7}x^2+5x-2\sqrt{7}} = \frac{10(x+\sqrt{7})(x-\sqrt{7})}{\sqrt{7}(x+\sqrt{7})(x-\frac{2\sqrt{7}}{7})} = \frac{10(x-\sqrt{7})}{\sqrt{7}(x-\frac{2\sqrt{7}}{7})}$. $D = \mathbb{R}\backslash\{-\sqrt{7}; \frac{2\sqrt{7}}{7}\}$.
   Für die Wurzel-Rechnung im Nenner siehe auch ueb98.pdf.

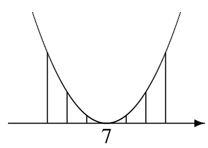
5. (a) Löse die zugehörige quadratische Gleichung: $-3x^2 - 4x + 5 = 0$:
   $x_{1/2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+4\cdot3\cdot5}}{2\cdot(-3)} = \frac{4\pm\sqrt{76}}{-6} = -\frac{2}{3} \mp \frac{1}{3}\sqrt{19}$.
   Nach unten geöffnete Parabel mit Bereich „≥ 0" (Bild rechts).
   Also ist $L = [-\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{19}; -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{19}]$.



   (b) Zugehörige quadratische Gleichung: $x^2 - 3x + 10 = 0$.
   $x_{1/2} = 1{,}5 \pm \sqrt{2{,}25 - 10}$ mit negativem Radikanden, also keine Lösungen, also „schwebende" nach oben geöffnete Parabel, bei der die Werte unterhalb (wegen „<") der x-Achse gesucht sind (Bild rechts).
   Da es solche Werte nicht gibt, ist $L = \{\}$.



   (c) Zuerst alles auf eine Seite bringen: $2x^2 - 28x + 98 > 0$.
   Löse wieder die zugehörige quadratische Gleichung $2(x^2 - 14x + 49) = 0$: $x_{1/2} = 7$.
   Nach oben geöffnete Parabel mit Bereich „> 0", also oberhalb der x-Achse (Bild rechts).



   Alle Werte außer der für $x = 7$ liegen über der x-Achse, also $L = \mathbb{R}\backslash\{7\}$.

6. (a) Multiplikation mit $(x-1)^2$ hat den Vorteil, dass das Quadrat stets ≥ 0 ist, somit das Ungleichungszeichen erhalten bleibt.
   (b) Zwar sind die Grenzen 1 und 2 bei „$\leq$" (von Zeile (2)) mit dabei, jedoch kommt 1 nicht in Frage, da sonst der Nenner der gegebenen Ungleichung 0 werden würde.
   Also $L =]1; 2]$.