



Lösungen weitere Themen (alter LP)	W
Gleichungen mit Parametern	04

1. $ax = a - 4$

Fall 1: $a \neq 0$:

$$x = \frac{a-4}{a}; \quad L = \left\{ \frac{a-4}{a} \right\}$$

Fall 2: $a = 0$:

$$0 = -4; \quad L = \{ \}$$

2. $ax = a + 4x; \quad ax - 4x = a; \quad (a - 4)x = a$

Fall 1: $a - 4 \neq 0$, d. h. $a \neq 4$:

$$x = \frac{a}{a-4}; \quad L = \left\{ \frac{a}{a-4} \right\}$$

Fall 2: $a - 4 = 0$, d. h. $a = 4$:

$$0 = 4; \quad L = \{ \}$$

3. $ax + 4 = a^2 + 2x; \quad ax - 2x = a^2 - 4; \quad (a - 2)x = a^2 - 4$

Fall 1: $a - 2 \neq 0$, d. h. $a \neq 2$:

$$x = \frac{a^2-4}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a-2} = a + 2;$$
$$L = \{ a + 2 \}$$

Fall 2: $a - 2 = 0$, d. h. $a = 2$:

$$0 = 4 - 4; \quad 0 = 0;$$
$$L = \mathbb{Q}$$

4. $\frac{xy}{3-x} = 2; \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{3\}$

$$xy = 2(3 - x); \quad xy = 6 - 2x; \quad xy + 2x = 6; \quad (y + 2)x = 6$$

Fall 1: $y + 2 \neq 0$, d. h. $y \neq -2$:

$$x = \frac{6}{y+2}.$$

Für Spezialisten sei noch bemerkt, dass für $y = 0$ dieser Wert gleich 3 und damit nicht in der Definitionsmenge ist.

Fall 2: $y + 2 = 0$, d. h. $y = -2$:

$$0 = 6; \text{ keine Lösung für } x.$$

5. $\frac{xy}{3-x} = 2; \quad xy = 2(3 - x); \quad xy = 6 - 2x$

Fall 1: $x \neq 0$:

$$y = \frac{6-2x}{x}$$

Fall 2: $x = 0$:

$$0 = 6; \text{ keine Lösung für } y.$$

6. $\frac{r^2}{r+9x} = \frac{1}{x}; \quad D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ -\frac{r}{9}; 0 \right\}$

$$r^2x = r + 9x$$

$$(r^2 - 9)x = r$$

Fall 1: $r^2 - 9 \neq 0$, d. h. $r \neq \pm 3$:

$$x = \frac{r}{r^2-9}$$

Für Spezialisten sei bemerkt, dass sich die leere Menge als Lösungsmenge ergibt, falls dieser Ausdruck gleich $-\frac{r}{9}$ oder gleich 0 ist. Ersteres führt auf $\frac{r}{r^2-9} = -\frac{r}{9}; 9 = -(r^2 - 9); r^2 = 0; r = 0$, zweites auf $\frac{r}{r^2-9} = 0$ und damit ebenfalls auf $r = 0$; für $r = 0$ ergibt sich also die leere Menge als Lösungsmenge.

Fall 2: $r^2 - 9 = 0$, d. h. $r = 3$ oder $r = -3$. $0 = \pm 3; \quad L = \{ \}$. Also ergibt sich für $r = \pm 3$ die leere Menge als Lösungsmenge.