9. Klasse Lösungen	9
Potenzfunktion, n-te Wurzel	07

1. $f(x) = 3x^6$: Trogförmig, achsensymmetrisch zur y-Achse, Verlauf „von links oben nach rechts oben“, wegen des Streckungsfaktors 3 durch $(-1|3)$, $(0|0)$, $(1|3)$.

   $f(x) = -1{,}2x^3$: Punktsymmetrisch zum Ursprung, wegen der Vorfaktors $-1{,}2$ im Vergleich zur x^3-Funktion gestreckt und gespiegelt, Verlauf „von links oben nach rechts unten“, durch die Punkte $(-1|1{,}2)$, $(0|0)$, $(1|-1{,}2)$

   Schnittstellen: $3x^6 = -1{,}2x^3$; $3x^6 + 1{,}2x^3 = 0$; $3x^3(x^3 + 0{,}4) = 0$;
   $x = 0$ oder $x^3 + 0{,}4 = 0$; also $x = 0$ oder $x = -\sqrt[3]{0{,}4}$.
   Schnittpunkte somit $(0|0)$ und $(-\sqrt[3]{0{,}4}|0{,}48)$

2. (a) Einsetzen von P und Q in den Ansatz $y = ax^n$ liefert:
   $100 = a \cdot (-5)^n$, $2{,}56 = a \cdot 2^n$.
   Wegen der Lage der Punkte P, Q liegt ein Verlauf von links oben nach rechts oben vor, also ist n gerade, somit $(-5)^n = 5^n$.
   Auflösen der Gleichungen nach a und Gleichsetzen: $a = \frac{100}{5^n} = \frac{2{,}56}{2^n} \quad | \cdot 2^n : 100$
   $\frac{2^n}{5^n} = \frac{2{,}56}{100}$; $(\frac{2}{5})^n = 0{,}256$; $0{,}4^n = 0{,}0256$
   Probieren gerader Potenzen für n liefert $n = 4$.
   $a = \frac{100}{5^n} = \frac{100}{5^4} = 0{,}16$, gesuchte Potensfunktionsgleichung somit $y = 0{,}16x^4$

   (b) Wegen der Lage des Punktes Q nicht möglich, da Potenzfunktionen alle durch $(0|0)$ verlaufen.

   (c) P, Q einsetzen in $y = ax^n$: $486 = a(-3)^n$, $-64 = a \cdot 2^n$.
   Wegen der Lage der Punkte P, Q liegt ein Verlauf von links oben nach rechts unten vor, also ist n ungerade (und $a < 0$), somit $(-3)^n = -3^n$.
   $a = -\frac{486}{3^n} = -\frac{64}{2^n} \quad | \cdot 2^n : (-486)$
   $\frac{2^n}{3^n} = \frac{64}{486}$; $(\frac{2}{3})^n = \frac{32}{243}$; Probieren ungerader Potenzen für n liefert $n = 5$.
   $a = -\frac{486}{3^5} = -2$, gesuchte Potensfunktionsgleichung somit $y = 2x^5$

3. (a) $1000x^3 - 27 = 0$; $x^3 = \frac{27}{1000}$; also $x = \frac{3}{10} = 0{,}3$ (eine Lösung)

   (b) $3{,}2x^4 = 18{,}4$; $x^4 = \frac{18{,}4}{3{,}2} = 5{,}75$; $x = \pm\sqrt[4]{5{,}75} \approx \pm 1,549$ (zwei Lösungen!)

4. (a) …einer Multiplikation mit 1,25 bzw. 1,152, insgesamt also $1{,}25 \cdot 1{,}152 = 1{,}44$, also einer Steigerung um 44 %, was wegen $1{,}2 \cdot 1{,}2 = 1{,}44$ einer jährlichen Steigerung um 20 % entspricht; man muss also hierbei den Faktor x suchen, mit dem sich $1{,}44 = x \cdot x = x^2$ ergibt.

   (b) Wie in Teilaufgabe (a) muss man den jährlichen Faktor x suchen, mit dem sich nach 50 Jahren $3{,}30 = 0{,}51x^{50}$ ergibt. $x^{50} = \frac{3{,}30}{0{,}51}$.
   $x = \sqrt[50]{\frac{3{,}30}{0{,}51}} \approx 1{,}038$. Die jährliche Steigerung beträgt also ca. 3,8 %.

5. (a) $(\sqrt[6]{8} \cdot 8^{\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{1}{6}} \cdot 8^{\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{2}{3}})^4 = 8^{\frac{8}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^8 = (\sqrt[3]{8})^8 = 2^8 = 256$

   (b) $\sqrt{x^{\frac{1}{6}} x^{-\frac{1}{2}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}}} = \sqrt{x^{-\frac{1}{3}}} = \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$

   (c) $\ldots = \sqrt[3]{5^2(a^{\frac{1}{2}})^2(a^{\frac{1}{3}})^2 b^{-2\cdot 2} \cdot \frac{a^{-1}b}{5^{\frac{1}{2}}a^{\frac{1}{3}}}} = \sqrt[3]{5^2 a^1 a^{\frac{2}{3}} b^{-4} \cdot a^{-1} b \cdot 5^{-\frac{1}{2}} a^{-\frac{1}{3}}} =$
   $\sqrt[3]{5^{2-\frac{1}{2}} a^{1+\frac{2}{3}-1-\frac{1}{3}} b^{-4+1}} = \left(5^{\frac{3}{2}} a^{\frac{1}{3}} b^{-3}\right)^{\frac{1}{3}} = 5^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{9}} b^{-1} = \frac{\sqrt{5}\,\sqrt[9]{a}}{b}$