9. Klasse Lösungen	9
Quadratische Gleichungen	**04**

1. (a) $x_{1/2} = 2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 6} = 2{,}5 \pm 0{,}5$; $x_1 = 2$, $x_2 = 3$
   (b) $x^2 - 6x - 27 = 0$; $x_{1/2} = 3 \pm \sqrt{9 + 27} = 3 \pm 6$; $x_1 = -3$, $x_2 = 9$
   (c) $x_{1/2} = 0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 - 0{,}3} = 0{,}5 \pm \sqrt{-0{,}05}$; keine Lösung
   (d) $x_{1/2} = -2 \pm \sqrt{4 + 7} = -2 \pm \sqrt{11}$
   (e) $x_{1/2} = -6 \pm \sqrt{36 - 36} = -6$ (eine doppelte Lösung)
   (f) $x_{1/2} = \frac{11{,}7 \pm \sqrt{11{,}7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4{,}2}}{2 \cdot 3} = \frac{11{,}7 \pm 9{,}3}{6}$; $x_1 = 0{,}4$, $x_2 = 3{,}5$
   (g) $60x^2 + 57x - 18 = 0$; $x_{1/2} = \frac{-57 \pm \sqrt{57^2 + 4 \cdot 60 \cdot 18}}{2 \cdot 60} = \frac{-57 \pm 87}{120}$; $x_1 = -1{,}2$; $x_2 = 0{,}25$
   (h) $x_{1/2} = \frac{-66 \pm \sqrt{66^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1089)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-66 \pm 0}{-2} = 33$ (eine doppelte Lösung).
   (i) $-0{,}5x^2 - 2x + 7 = 0$; $x_{1/2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-0{,}5) \cdot 7}}{2 \cdot (-0{,}5)} = \frac{2 \pm \sqrt{18}}{-1} = -2 \mp 3\sqrt{2}$
   (j) $x_{1/2} = \frac{+k \pm \sqrt{(-k)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-k^2)}}{2 \cdot 2} = \frac{k \pm \sqrt{9k^2}}{4} = \frac{k \pm 3k}{4}$; $x_1 = k$, $x_2 = -\frac{k}{2}$
2. (a) $8(x^2 - x - 7x + 7) = 15$; $8x^2 - 64x + 41 = 0$;
   $D = (-64)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 41 = 2784 > 0$; also 2 Lösungen
   (b) $-(x^2 - x - 7x + 7) = 15$; $-x^2 + 8x - 22 = 0$;
   $D = 8^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-22) = -24 < 0$; also keine Lösung
   (c) $x^2 - 14x + 49 - (x^2 - 2x + 1) = 15$; $-12x + 33 = 0$;
   lineare Gleichung mit 1 Lösung (nämlich $\frac{33}{12} = \frac{11}{4}$)
   (d) $3(x^2 - 20x + 100) + 8100 = x^2 - 137x - 23x + 3151 + 3999$; $2x^2 + 100x + 1250 = 0$;
   $D = 100^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1250 = 0$; also 1 doppelte Lösung
3. Bei (a) und (c) muss ausmultipliziert werden. Bei (a) ergibt sich dann $x_{1/2} = 12 \pm 15$, bei (c) $x_{1/2} = -1$.

   Bei (b) sollte man nicht ausmultiplizieren; denn ein Produkt ist 0, wenn einer der Faktoren 0 ist, also wenn $x - 7 = 0$ oder $x - 17 = 0$; Lösungen somit $x_1 = 7$, $x_2 = 17$.

   Bei (d) sieht man sofort, dass die Gleichung keine Lösung hat, da ein Quadrat stets ≥ 0 ist.
4. Die Zahlen seien x und y. Das Gleichungssystem $x + y = 10$, $x \cdot y = 11$ löst man, indem man die erste Gleichung nach y auflöst ($y = 10 - x$) und in die zweite einsetzt:
   $x(10 - x) = 11$; $10x - x^2 = 11$; $x^2 - 10x + 11 = 0$; $x_{1/2} = 5 \pm \sqrt{25 - 11} = 5 \pm \sqrt{14}$.
   Ist $x = 5 + \sqrt{14}$, so ist $y = 10 - x = 5 - \sqrt{14}$, und umgekehrt.
5. Richtiger Weg: Alles auf eine Seite bringen, x ausklammern:
   $x^2 - 49x = 0$; $x(x - 49) = 0$; $x_1 = 0$, $x_2 = 49$.
   Im gegebenen falschen Rechenweg fehlte also die erste Lösung $x_1 = 0$.

   Ursache: Man dividiere nie durch einen Ausdruck mit der Lösungsvariablen. Denn da man den Wert von x noch nicht kennt, könnte es sein, dass man verbotenerweise durch 0 dividiert.
6. $3x^2 + 30x + 72 = 0$ hat die Lösungen $x_{1/2} = \frac{-30 \pm \sqrt{900 - 4 \cdot 3 \cdot 72}}{2 \cdot 3} = \frac{-30 \pm 6}{6}$; $x_1 = -4$, $x_2 = -6$. Also $3x^2 + 30x + 72 = 3(x + 4)(x + 6)$.