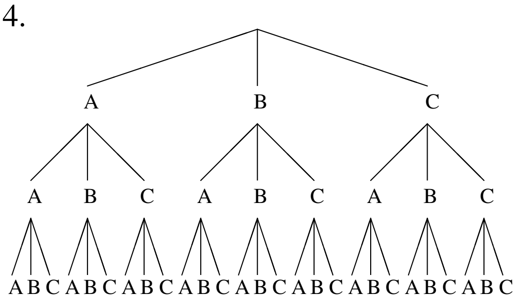
8. Klasse Lösungen — 8
Wahrscheinlichkeiten, Laplace-Experimente — 08

1.
Die Stockwerke des Kaufhauses werden unterschiedlich attraktiv sein, so dass sich keine Gleichwahrscheinlichkeit ergibt. Zudem könnten bei Herrn A und Frau B „Abhängigkeiten" bestehen, dass beide gemeinsam häufiger das gleiche Stockwerk wählen.

2.
$\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ist ungünstig, da die Fächer nicht gleichwahrscheinlich sind.
Besser mit den links/rechts (L/R)-„Entscheidungen" der Kugeln, also als Laplace-Raum $\Omega = \{LLLL, LLLR, LLRL, \ldots, RRRR\}$.
Da jedes Mal 2 Wahlmöglichkeiten vorliegen, ist $|\Omega| = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.
A = „Kugel fällt in Fach 0" $= \{LLLL\}$, $P(A) = \frac{1}{16} = 0{,}0625 = 6{,}25$ %
B = „... Fach 3" $= \{LRRR, RLRR, RRLR, RRRL\}$, $P(B) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25$ %

3.
$|\Omega| = 110$.
$|A| = 8$, $P(A) = \frac{8}{110} \approx 0{,}073 = 7{,}3$ %
$|B| = 52$, $P(B) = \frac{52}{110} \approx 0{,}473 = 47{,}3$ %
$|C| = 6$, $P(C) = \frac{6}{110} \approx 0{,}055 = 5{,}5$ %
$|D| = 24$, $P(D) = \frac{24}{110} \approx 0{,}218 = 21{,}8$ % („≤ 4", also 2, 3 oder 4)
$|E| = 110 - 24$,
$P(E) = 1 - P(D) = \frac{86}{110} \approx 0{,}782 = 78{,}2$ % („es werden mindestens [$\geq$] 5 Augen gezogen, d. h. mehr als 4")
$|F| = 8 + 6$,
$P(F) = \frac{14}{110} \approx 0{,}127 = 12{,}7$ % („es wird ein As oder ein Joker gezogen", oder: „es werden mehr als 10 Augen gezogen")

4.


4. (Fortsetzung)
E: Ein Gericht wird mindestens 2-mal gewünscht (also z. B. AAA, AAB). Zählt man im Baumdiagramm alle solchen Pfade durch, so erhält man 21 von 27 Möglichkeiten, also $P(E) = \frac{21}{27} = \frac{7}{9} \approx 77{,}8$ %.
Simulation als Urnenexperiment: Man legt in ein Gefäß je eine mit A, B, C beschriftete Kugel. Es wird (stellvertretend für den jeweils geäußerten Wunsch) dreimal gezogen, wobei das Ergebnis notiert wird, die Kugel zurückgelegt und wieder gemischt wird. Wenn dabei eine Kugel doppelt oder dreifach vorkommt, ist das Ereignis E eingetreten.

5.
Nummeriert man die Mäntel wie die entsprechenden Personen in der Rückgabe-Schlange, so ist $\Omega =$
$\{1234, 1243, 1324, 1342, 1423, 1432,$
$2134, 2143, 2314, 2341, 2413, 2431,$
$3124, 3142, 3214, 3241, 3412, 3421,$
$4123, 4132, 4213, 4231, 4312, 4321\}$
(z. B. 4132 bedeutet, dass die erste Person Mantel Nr. 4 erhält, die zweite Mantel Nr. 1, die dritte den eigenen Nr. 3, die vierte Nr. 2).
$A = \{2143, 2341, 2413, 3142, 3412,$
$3421, 4123, 4312, 4321\}$,
$P(A) = \frac{9}{24} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5$ %

6.
Alle Möglichkeiten: Der erste Schüler kann 10 Buch-Wünsche äußern, der zweite ebenso usw., also $|\Omega| = 10^4$.
Günstige Möglichkeiten: Wenn jeder Schüler ein anderes Buch wünscht, kann der erste Schüler 10 Wünsche äußern, der zweite nur noch 9, der dritte 8 usw. Also:
$P(E) = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{10^4} = 0{,}504 = 50{,}4$ %
Eine relative Häufigkeit von $\frac{2}{10}$ im realen Experiment widerlegt noch nicht die Laplace-Annahme, da sich zufällig ein solcher Versuchsausgang einstellen kann.
Nur bei sehr vielen Versuchen könnte man nach dem Gesetz der großen Zahlen eine solche Vermutung äußern, aber ein Beweis wäre es immer noch nicht.