| 8. Klasse Lösungen | 8 |
|---|---|
| **Kreis, Prisma, Zylinder** | **10** |

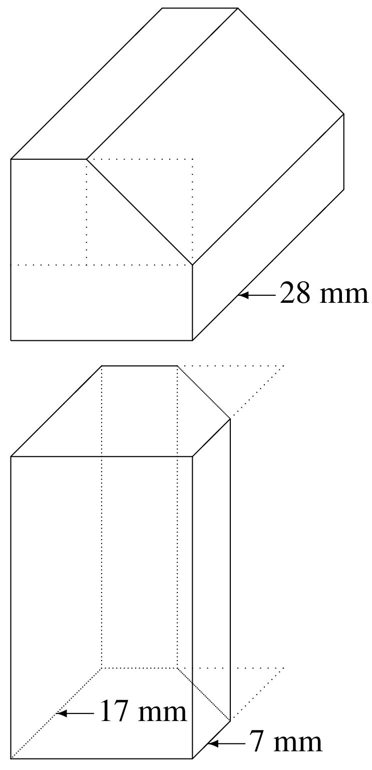
1. (a) $A = R^2\pi - r^2\pi = 11^2\pi - 7^2\pi = 72\pi \approx 226{,}2$

   (b) Aus $u = 2r\pi$ folgt $r = \frac{u}{2\pi} \approx 1{,}75$, somit $d = 2r \approx 3{,}5$ und $A = r^2\pi \approx 9{,}61$
   Wegen der Proportionalität von $u$ und $r$ ist bei 11-fachem Umfang der Radius ebenfalls 11-fach und die Fläche somit 121-fach.

   (c) Der $60°$-Winkel schneidet aus dem $360°$-Vollkreis $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ heraus.
   Bogenlänge: $\frac{1}{6} \cdot 2r\pi = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3\pi = \pi \approx 3{,}14$.
   Segmentfläche: $\frac{1}{6}$-Kreis minus Dreieck mit Grundlinie $\overline{AB}$ und Höhe $h = 2{,}6$:
   $A_S = \frac{1}{6}r^2\pi - \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot h = \frac{1}{6} \cdot 3^2\pi - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2{,}6 = 1{,}5\pi - 3{,}9 \approx 0{,}81$
   Sonnenfinsternis-Figur: $A = r^2\pi - 2A_S = 9\pi - 2(1{,}5\pi - 3{,}9) = 6\pi + 7{,}8 \approx 26{,}6$

   (d) Fläche des „Käsestücks“: $a^2 - nr^2\pi = 36^2 - n \cdot 4^2\pi \approx 1296 - 50{,}27n$
   55 % von der Fläche des Quadrats: $0{,}55 \cdot a^2 = 712{,}8$
   $1296 - 50{,}27n > 712{,}8 \qquad | + 50{,}27n - 712{,}8$
   $583{,}2 > 50{,}27n \qquad | : 50{,}27$
   $11{,}6 > n$, d. h. $n < 11{,}6$
   Also gilt das Gewünschte für alle natürlichen Zahlen bis einschließlich 11.

2. (a) Für das „liegende“ Prisma wird die Vorderseite in wahrer Größe gezeichnet, die nach hinten laufenden Linien statt 4 cm z. B. auf diagonale 4 Kästchen (ca. 28 mm) verkürzt.
   Für das stehende Prisma kann man sich die Grundfläche zu einem $24 \times 24$-Rechteck ergänzt denken und dieses zunächst im Schrägbild zeichnen (24 mm vorne in wahrer Größe, nach hinten laufende Linie wieder auf 2,4 diagonale Kästchen, also ca. 17 mm verkürzt. Entsprechend findet man die weiteren Eckpunkte des Prismas.




   (b) In mm (bzw. mm$^2$ bzw. mm$^3$):
   Grundfläche zerlegt in zwei Rechtecke und Dreieck: $G = 24 \cdot 10 + 10 \cdot 14 + \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 14 = 478$
   Oberfläche: $O = 2G + M = 2 \cdot 478 + (24 + 10 + 20 + 10 + 24) \cdot 40 = 4476$
   Volumen: $V = G \cdot h = 478 \cdot 40 = 19120$

3. (a) Mit der Zylinder-Volumen-Formel $V = r^2\pi h$ berechnet man:
   $V_{\text{Tonne}} = (35\text{ cm})^2\pi \cdot 80$ cm$= 98000\pi$ cm$^3$ ($\approx 308$ Liter)
   $V_{\text{Eimer}} = (8\text{ cm})^2\pi \cdot 16$ cm$= 1024\pi$ cm$^3$ ($\approx 3{,}22$ Liter)
   Anzahl Eimer-Volumen im Tonnen-Volumen: $\frac{V_{\text{Tonne}}}{V_{\text{Eimer}}} = \frac{85750\pi}{1024\pi} = \frac{98000}{1024} \approx 95{,}7$.

   (b) Berechnung der Höhe des zweiten Eimers mit gleichem Volumen $1024\pi$ cm$^3$:
   $r_2^2\pi h_2 = 1024\pi$ cm$^3$, also $h_2 = \frac{1024\pi\text{ cm}^3}{r_2^2\pi} = \frac{1024}{9^2}$ cm$= \frac{1024}{81}$ cm $\approx 12{,}64$ cm.
   Materialbedarf (Boden-Grundfläche und Mantelfläche, in cm bzw. cm$^2$):
   $G_1 + M_1 = r_1^2\pi + 2r_1\pi h_1 = 8^2\pi + 2 \cdot 8\pi \cdot 16 = 96\pi\text{cm}^2 \approx 302$
   $G_2 + M_2 = r_2^2\pi + 2r_2\pi h_2 = 9^2\pi + 2 \cdot 9\pi \cdot \frac{1024}{81} = \frac{9043}{81}\pi \approx 351$
   Beim ersten Eimer wird weniger Material benötigt.