7. Klasse Lösungen	7
Binomische Formeln	**03**

1. (a) $(3a+4b)^2 = 9a^2 + 24ab + 16b^2$
   (b) $(2x-12)^2 = 4x^2 - 48x + 144$
   (c) $(x^2-5)^2 = x^4 - 10x^2 + 25$
   (d) $(x-\frac{1}{3})^2 = x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$
   (e) $(x+8)(x-8) = x^2 - 64$
   (f) $(2x+9)(2x-9) = 4x^2 - 81$
   (g) $(-z+9)^2 = z^2 - 18z + 81$
   (h) $(-a-2{,}5)^2 = a^2 + 5a + 6{,}25$
   (i) $(x+4)^3 = (x+4)^2(x+4) = (x^2+8x+16)(x+4) =$
   $= x^3 + 4x^2 + 8x^2 + 32x + 16x + 64 = x^3 + 12x^2 + 48x + 64$
   (j) $(2x-\frac{1}{2})^3 = (2x-\frac{1}{2})^2(2x-\frac{1}{2}) = (4x^2 - 2x + \frac{1}{4})(2x-\frac{1}{2}) =$
   $= 8x^3 - 2x^2 - 4x^2 + x + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8} = 8x^3 - 6x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{8}$

2. (a) $(2+x)^2 - (2-x)^2 = 4 + 4x + x^2 - (4 - 4x + x^2) = 4 + 4x + x^2 - 4 + 4x - x^2 = 8x$
   (b) $16x^2 - (3a-4x)^2 = 16x^2 - (9a^2 - 24ax + 16x^2) = -9a^2 + 24ax$
   (c) $(5x-19)^2 - (x-3)(3+x) - (3x+4)(4x-5) + (2x+3)^2 + 179x + 1 =$
   $= 25x^2 - 190x + 361 - (x-3)(x+3) - (12x^2 - 15x + 16x - 20) +$
   $+ 4x^2 + 12x + 9 + 179x + 1 =$
   $= 25x^2 - 190x + 361 - (x^2 - 9) - 12x^2 + 15x - 16x + 20 + 4x^2 + 12x + 9 + 179x + 1 =$
   $= 16x^2 + 400$ (wobei letzterer Ausdruck übrigens keine binomische Formel ist und nicht weiter umgeformt werden kann)
   (d) $4(x+5)^2 + (4x+1)^2 = 4(x^2 + 10x + 25) + (16x^2 + 8x + 1) = 20x^2 + 48x + 101$

3. (a) $100x^2 - 225 = (10x+15)(10x-15) = 5(2x+3)5(2x-3) = 25(2x+3)(2x-3)$
   oder $100x^2 - 225 = 25(4x^2 - 9) = 25(2x+3)(2x-3)$
   (b) $4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2$
   (c) $x^2 - 7x + 12\frac{1}{4} = x^2 - 7x + \frac{49}{4} = (x - \frac{7}{2})^2$
   (d) $48x^3 - 147xy^2 = 3x(16x^2 - 49y^2) = 3x(4x+7y)(4x-7y)$
   (e) $49p^2 - 112pq + 64q^2 = (7p - 8q)^2$
   (f) $24a^2x^2 + 120ax + 150 = 6(4a^2x^2 + 20ax + 25) = 6(2ax+5)^2$

4. (a) $x^2 + 14x + 49 = (x+7)^2$
   (b) $x^2 - \frac{1}{3}x + \ldots = x^2 - \frac{2}{6}x + \frac{1}{36} = (x - \frac{1}{6})^2$ (Tipp: $\frac{2}{6}$ halbieren und quadrieren!)

5. Liest man die einzelnen Rechtecksflächen von links nach rechts und von oben nach unten und vereinfacht man anschließend, so steht da: $(a+b+c)^2 =$
   $= a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc + ca + cb + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$.

   Ebenso $(2x+a+12)^2 = (2x)^2 + a^2 + 12^2 + 2 \cdot 2x \cdot a + 2 \cdot 2x \cdot 12 + 2 \cdot a \cdot 12 =$
   $= 4x^2 + a^2 + 144 + 4ax + 48x + 24a$

6. Zwei aufeinander folgende Zahlen kann man als n und $n+1$ schreiben. Deren Quadrate sind n^2 und $(n+1)^2$, der Unterschied zweier benachbarter Quadratzahlen ist also $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$. Setzt man für n jeweils die nächstgrößere natürliche Zahl ein, so wird diese Differenz wegen „2 mal n“ immer um zwei größer.