10. Klasse Lösungen — 10

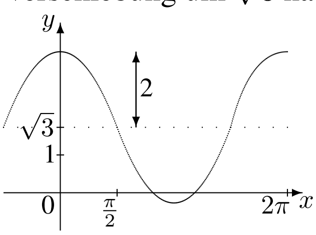
Kompakt-Überblick zum Grundwissen — K

1.
Abnahme um 40 %, also noch 60 % übrig, also $f(x) = 14 \cdot 0{,}6^x$.
Halbwertsdicke: $0{,}6^x = 0{,}5$.
$x = \log_{0,6}(0{,}5)$ oder mit log zur Basis 10:
$\log(0{,}6^x) = \log(0{,}5)$; $x\log(0{,}6) = \log(0{,}5)$;
$x = \frac{\log(0,5)}{\log(0,6)} \approx 1{,}36$.

2.
Experiment: Aus den 26 Buchstaben des Alphabets wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen und betrachtet, ob einer der 5 Vokale oder einer kein Vokal gezogen wird;
z. B. A: „Es wird in irgendeiner Reihenfolge ein Vokal und ein Konsonant gezogen" (Pfadregeln!).

3.
$\frac{\alpha_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi} = \frac{\alpha_{\text{Gradmaß}}}{360°}$, also
$\alpha = \frac{135°}{360°} \cdot 2\pi = \frac{3}{4}\pi$.

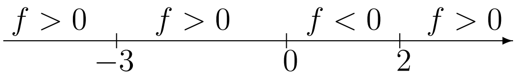
4.
Steckung in y-Richtung auf Amplitude 2, Verschiebung um $\sqrt{3}$ nach oben.

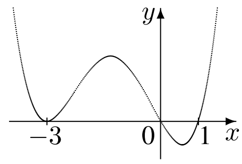


Nullstelle:
$f(x) = 0$, also
$2\cos(x) + \sqrt{3} = 0$;
$\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
Taschenrechner (Bogenmaß, SHIFT-cos):
$x \approx 2{,}62$, bzw. genauer: $x = \frac{5}{6}\pi$
(Weitere Lösungen $x = -\frac{5}{6}\pi$ sowie 2π-periodische sind nicht die erste positive Nullstelle.)

5.
Da wegen der Punktsymmetrie $x = 2$, $x = -2$ und $x = 0$ Nullstellen sein müssen, ist als Ansatz
$f(x) = a(x-2)(x+2)x = a(x^3 - 4x)$
zu wählen. Wegen des Verlaufs ist $a < 0$.
Jeder solche Funktionsterm leistet das Gewünschte, also z. B.
$f(x) = -(x^3 - 4x) = -x^3 + 4x$.
Nachweis P.-Symm.:
$f(-x) = -(-x)^3 + 4 \cdot (-x) = x^3 - 4x = -(-x^3 + 4x) = -f(x)$.

6.
$f(x) = x(x-1)(x+3)^2$
Nullstellen: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_{3/4} = -3$.





7.
f_1 hat Definitionslücke $x = 0$, also Graph D; Nullstelle $f_1(x) = 0$ für $x = 1$.
f_2 ist exponentiell fallend, also Graph A; Nullstelle $f_2(x) = 0$ für $x = 0$.
f_3: quadratische Funktion, Parabel C; Nst: $f_3(x) = 0{,}2x(x-2) = 0$ für $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.
f_4 ist lineare Funktion, also Gerade B; Nullstelle $f_4(x) = 0$ für $x = 5$.
f_5 ist verschobene und gespiegelte Funktion 5. Grades mit Verlauf von links oben nach rechts unten, also Graph E; Nullstelle $f_5(x) = 0$ für $x = 2$.

8.
(a) $v_{\text{Pyr}} = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3}2^2 \cdot 2 = \frac{8}{3}$.
(b) Rotation um A_1: Kegel mit $V_1 = \frac{1}{3}Gh$.
Um A_2: Zylinder mit herausgeschnittenem Kegel $V_2 = Gh - \frac{1}{3}Gh = \frac{2}{3}Gh = 2V_1$.

9.
Sei R der Radius der großen und r der Radius der kleinen Kugel.
$V_{\text{groß}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = 27V_{\text{klein}} = 27 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$, also
$R = \sqrt[3]{27r^3} = 3r$.
$\frac{O_{\text{groß}}}{27 O_{\text{klein}}} = \frac{4\pi R^2}{27 \cdot 4\pi r^2} = \frac{R^2}{27r^2} = \frac{(3r)^2}{27r^2} = \frac{1}{3}$.
Die Oberfläche der großen Kugel ist also $\frac{1}{3}$ der gesamten Oberfläche der kleinen Kugeln.

10.
$x^3 + 5x^2 + 3x - 9 = 0$
Lösung „raten": $x_1 = 1$. Polynomdivision:
$(x^3 + 5x^2 + 3x - 9) : (x-1) = x^2 + 6x + 9$
$\underline{-x^3 + x^2}$
$6x^2 + 3x$ usw.
$x_{2/3} = -3$ (bin. Formel!)