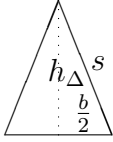
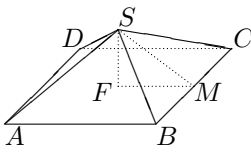




10. Klasse Lösungen	10
Pyramide, Kegel	08

1. (a)  Mit Pythagoras berechnet man die Höhe h_{Δ} des Grundflächen-Dreiecks: $h_{\Delta} = \sqrt{s^2 - (\frac{b}{2})^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. (Alle Maße in cm.)
 Also $G = \frac{1}{2}bh_{\Delta} = 2\sqrt{2}$; $V = Gh = 2\sqrt{2} \cdot 5 = 10\sqrt{2} \approx 14,1$.
 $O = 2G + uh = 2 \cdot 2\sqrt{2} + (3 + 3 + 2) \cdot 5 = 40 + 4\sqrt{2} \approx 45,7$.

(b) $V = r^2\pi h = 3^2\pi \cdot 5 = 45\pi \approx 141,4$.
 $O = 2r\pi h + 2r^2\pi = 2 \cdot 3\pi \cdot 5 + 2 \cdot 3^2\pi = 48\pi \approx 150,8$

- (c)  $V = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3} \cdot 24^2 \cdot 5 = 960$
 Höhe $h_{\Delta} = \overline{SM}$ des Seitenflächen-Dreiecks aus dem Stützdreieck FMS : $\overline{MS} = \sqrt{\overline{FM}^2 + \overline{SF}^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$.
 $O = 4A_{\Delta} + G = 4 \cdot \frac{1}{2} \overline{BC}h_{\Delta} + G = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 13 + 24^2 = 1200$.

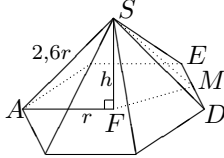
(d) $V = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{1}{3} \cdot 3^2\pi \cdot 5 = 15\pi \approx 47,1$; $m = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{34}$
 $O = \pi r m + r^2\pi = \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{34} + 3^2\pi = (3\sqrt{34} + 9)\pi \approx 83,2$

2. Der Körper setzt sich zusammen aus einem Kegel mit Radius $r_K = 2a$ und Höhe $h_K = a$ plus einem großen Zylinder mit Radius $R_Z = 2a$ und Höhe $H_Z = a$ minus einem kleinen Zylinder mit Radius $r_z = a$ und Höhe $h_z = a$:

$$V = \frac{1}{3}r_K^2\pi h_K + R_Z^2\pi H_Z - r_z^2\pi h_z = \frac{1}{3}(2a)^2\pi a + (2a)^2\pi a - a^2\pi a = \frac{13}{3}a^3\pi$$

3. $r = \frac{h}{2}$. $V = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{1}{3}(\frac{h}{2})^2\pi h = \frac{\pi}{12}h^3 = 1 \text{ dm}^3$, also $h = \sqrt[3]{\frac{12}{\pi}} \text{ dm} \approx 15,6 \text{ cm}$.

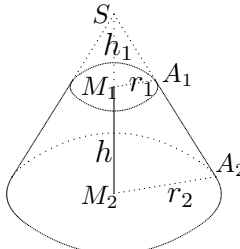
Aus „Bogenlänge gleich Grundkreisumfang“, $b = \frac{\alpha}{360^\circ} 2m\pi = 2r\pi$, folgt mit $r = \frac{h}{2}$ und $m = \sqrt{h^2 + (\frac{h}{2})^2} = \sqrt{\frac{5}{4}}h$: $\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}h = \frac{h}{2}$, also $\alpha = \frac{360^\circ}{\sqrt{5}} \approx 161^\circ$.

4.  Stützdreieck AFS : $h^2 + r^2 = (2,6r)^2$, also $h^2 = 5,76r^2$, $h = 2,4r$.
 Die Grundfläche G besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken mit Fläche $A_{\Delta} = \frac{1}{2} \overline{DE} \cdot \overline{FM} = \frac{1}{2} r \frac{\sqrt{3}}{2} r = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2$. Also
 $V = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 \cdot 2,4r = 1,2\sqrt{3}r^3$.

Winkel $\varphi = \sphericalangle FAS$ der Seitenkante zur Grundfläche aus dem Stützdreieck FAS :

$$\cos \varphi = \frac{\overline{AF}}{\overline{AS}} = \frac{r}{2,6r} \approx 0,385, \text{ also } \varphi \approx 67,4^\circ.$$

Seitenflächen-Winkel $\psi = \sphericalangle FMS$ aus ΔFMS : $\tan \psi = \frac{\overline{FS}}{\overline{FM}} = \frac{2,4r}{\frac{\sqrt{3}}{2}r} \approx 2,77$; $\psi \approx 70,2^\circ$.

5.  Ergänzt man den Kegelstumpf zu einem Kegel, so erhält man ähnliche Dreiecke: Die Strecken im Dreieck M_1A_1S verhalten sich wie die entsprechenden Strecken im Dreieck M_2A_2S : $\frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h+h_1}$.
 Kreuzweise multiplizieren: $r_1(h+h_1) = r_2h_1$
 $r_1h + r_1h_1 = r_2h_1$; $r_1h = r_2h_1 - r_1h_1$; $h_1 = \frac{r_1h}{r_2-r_1} = \frac{3 \cdot 2}{5-3} = 3$
 $V_{\text{K.stumpf}} = V_{\text{ganzer K.}} - V_{\text{oberer K.}} = \frac{1}{3}r_2^2\pi(h+h_1) - \frac{1}{3}r_1^2\pi h_1 \approx 102,6$

6. Eine aus dem „halben“ Netz hergestellte Pyramide hat quadratische Grundfläche mit Diagonalenlänge $\sqrt{2}k$, also ergibt sich im eingezeichneten Stützdreieck mit Pythagoras: $(\frac{\sqrt{2}k}{2})^2 + h^2 = k^2$, somit $h = \sqrt{\frac{1}{2}}k \approx 0,71k$.

