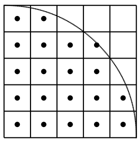
10. Klasse Lösungen	10
Bogenmaß	**03**

1. $\frac{\varphi_{\text{Gradmaß}}}{360^\circ} = \frac{\varphi_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi}$
   (a) $\varphi_{\text{Gradmaß}} = 95^\circ$, $\varphi_{\text{Bogenmaß}} = \frac{\varphi_{\text{Gradmaß}}}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{95^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{19}{18}\pi \approx 3{,}32$
   (b) $\varphi_{\text{Bogenmaß}} = 0{,}95\pi$, $\varphi_{\text{Gradmaß}} = \frac{\varphi_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi} \cdot 360^\circ = \frac{0{,}95\pi}{2\pi} \cdot 360^\circ = 0{,}475 \cdot 360^\circ = 171^\circ$.
   (c) $\varphi_{\text{Gradmaß}} = 15^\circ$, $\varphi_{\text{Bogenmaß}} = \frac{\varphi_{\text{Gradmaß}}}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{15^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{1}{12}\pi \approx 0{,}262$
   (d) $\varphi_{\text{Bogenmaß}} = 15$, $\varphi_{\text{Gradmaß}} = \frac{\varphi_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi} \cdot 360^\circ = \frac{15}{2\pi} \cdot 360^\circ \approx 859{,}4^\circ$.
   (e) Da ein 360°-Vollkreis mit Radius 1 einen Umfang von $2\pi \approx 6{,}28$ hat, ist ein Bogenmaß von 15 größer, der Winkel also über 360°.

2. 

   (a) Man zählt 20 Punkte innerhalb des Kreises (beim Punkt $(3{,}5|3{,}5)$ kann man sich mit Pythagoras davon überzeugen, dass er innerhalb des Kreises liegt).
   (b) Als Schätzung für den ganzen Kreis ergibt sich $A_{\text{Kreis}} \approx 80$ cm^2.
   (c) $\varphi = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$, $r = 5$ cm und $A \approx 20$ cm^2 eingesetzt in $A = \frac{\varphi r^2}{2}$: $20\text{ cm}^2 \approx \frac{\frac{\pi}{2}\cdot(5\text{ cm})^2}{2}$, also $20 \approx \frac{25}{4}\pi$, dies ergibt $\pi \approx \frac{20\cdot 4}{25} \approx 3{,}2$.

3. Möglich ist die Berechnung sowohl im Bogen- als auch Gradmaß.
   Sektorfläche z. B. mit φ im Gradmaß berechnet: $\varphi = 0{,}6\pi = \frac{0{,}6\pi}{2\pi} \cdot 360^\circ = 108^\circ$.
   Halbiert man das Dreieck ABM durch die Höhe h, so sieht man:
   $\cos 54^\circ = \frac{h}{r}$ und $\sin 54^\circ = \frac{\overline{AB}/2}{r}$, also $h = r\cos 54^\circ \approx 11{,}8$, $\overline{AB} = 2r\sin 54^\circ \approx 32,4$.
   $A_{\text{Segment}} = A_{\text{Sektor}} - A_{\text{Dreieck}} = \frac{\varphi}{360^\circ} \cdot r^2\pi - \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot h \approx 187$.
   Bogenlänge z. B. mit φ im Bogenmaß berechnet: $b = r\varphi = 20 \cdot 0{,}6\pi = 12\pi$

4. (a) $\sin 30^\circ = 0{,}5$, $\cos 1^\circ \approx 0{,}99985$ (TR auf DEG)
   $\sin 0{,}08 \approx 0{,}0799$, $\cos 1 \approx 0{,}54$ (TR auf RAD)
   (b) $30^\circ = \frac{30}{360} \cdot 2\pi = \frac{1}{6}\pi$; $1^\circ = \frac{1}{360} \cdot 2\pi \approx 0{,}0175$
   $0{,}08 = \frac{0{,}08}{2\pi} \cdot 360^\circ \approx 4{,}584^\circ$; $1 = \frac{1}{2\pi} \cdot 360^\circ \approx 57{,}3^\circ$
   Man bestätigt nach entsprechendem Umschalten des TRs die obigen Werte.

5. Offenbar ist x_i im Bogenmaß gesucht. Mit Umstellung des TRs auf RAD ergibt sich: $x_1 = \sin^{-1}(0{,}5432) \approx 0{,}5742$ bzw. $x_2 = \cos^{-1}(0{,}5432) \approx 0{,}9966$.
   Wegen der Formel $\cos(90^\circ - \varphi) = \sin(\varphi)$, die sich am Einheitskreis oder im rechtwinkligen Dreieck aus der Vertrauschung von An- und Gegenkathete ergibt, müsste $x_2 = 90^\circ - x_1$ gelten, also $x_1 + x_2 = 90^\circ = \frac{\pi}{2}$. Tatsächlich ist $0{,}5742 + 0{,}9966 = 1{,}5708 \approx \frac{\pi}{2}$.
   Auch bei Berechnung im Gradmaß ist $x_1 + x_2 \approx 32{,}90^\circ + 57{,}10^\circ = 90^\circ$.

6. Die Formel $r = R\cos\varphi$ ergibt sich aus der Betrachtung des nebenstehenden Querschnitts durch die Erdkugel.
   $s = \frac{123^\circ + 10^\circ}{360^\circ} \cdot 2r\pi \approx 9700$ km.
   Für den Winkel σ des Bogens von D zum gesuchten Ort S setzt man an: $s = \frac{\sigma}{360^\circ} \cdot 2R\pi$, also $\sigma = \frac{s}{2R\pi} \cdot 360^\circ \approx 87^\circ$, also liegt der gesuchte Ort $87^\circ - 49^\circ = 38^\circ$ südlich des Äquators.
   38° ist im Bogenmaß $\frac{38^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \approx 0{,}66$.