Grundwissen weitere Themen (alter LP)	**W**
Parameter	**24**

Beispiel: $f_k(x) = kx^2 - 12x + 20$
Bei Funktionen mit Parameter ist zu unterscheiden zwischen der Variablen x und dem Parameter (hier k), der für eine Zahl steht. Je nachdem, welchen Wert man für den Parameter einsetzt, hat man einen anderen Funktionsgraphen mit anderen Eigenschaften:
Ist z. B. $k = 1$, so hat man den Funktionsterm $f_1(x) = x^2 - 12x + 20$ mit den zwei Nullstellen $x_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2 \cdot 1} = \frac{12 \pm 8}{2} = 6 \pm 4$;
ist z. B. $k = 1{,}8$, so hat man $f_{1,8}(x) = 1{,}8x^2 - 12x + 20$ mit der doppelten Nullstelle $x_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 1{,}8 \cdot 20}}{2 \cdot 1{,}8} = \frac{12 \pm 0}{3{,}6} = \frac{10}{3}$;
ist z. B. $k = 2$, so hat man $f_2(x) = 2x^2 - 12x + 20$ ohne Nullstellen (denn es wäre $x_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot 2 \cdot 20}}{2 \cdot 2} = \frac{12 \pm \sqrt{-20}}{4}$ ↯);
ist z. B. $k = 0$, so hat man mit $f_0(x) = -12x + 20$ keine Parabel, sondern eine Gerade;
ist z. B. $k < 0$, so hat man eine nach unten geöffnete Parabel, die stets zwei Nullstellen $x_{1/2} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4 \cdot k \cdot 20}}{2 \cdot k}$ hat (denn wegen $k < 0$ ist stets $144 - 4 \cdot k \cdot 20 \geq 0$);
durch allgemeine Rechnung mit dem Parameter k erhält man die jeweils interessierenden Eigenschaften (also hier z. B., dass zwei Nullstellen für Diskriminante $144 - 4 \cdot k \cdot 20 \geq 0$, d. h. für $k \leq \frac{144}{4 \cdot 20} = 1{,}8$ vorliegen);
allen Funktionen f_k gemeinsam ist in diesem Beispiel der Punkt $(0|20)$ (denn bei Einsetzen von $x = 0$ in $f_k(x)$ erhält man stets den y-Wert 20).

Spezielle Parameter-Wirkungen: Verschiebungen und Streckungen

(weiteres Beispiel: → ueb104.pdf, Aufgabe 2)

Allgemeine Form mit Verschiebe- und Streckungsparameter, ausgehend von einer Funktion f:

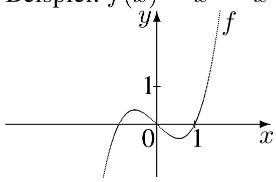
$$h(x) = a \cdot f(b \cdot (x + c)) + d$$

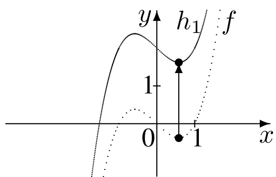
Man unterscheide dabei den „außen" stehenden Faktor a und Summanden d, die den Graphen in y-Richung verändern, und den „innen" bei x stehenden Faktor b und Summanden c.

- $+d$ bewirkt, dass alle y-Werte um d größer werden, d. h. der Funktionsgraph wird um d nach oben verschoben (bzw. bei negativem d nach unten).
- $\cdot a$ bewirkt, dass die y-Werte mit a multipliziert werden, d. h. der Funktionsgraph wird in y-Richtung um den Faktor a gestreckt (bzw. bei $|a| < 1$ gestaucht), bei negativem a zusätzlich an der x-Achse gespiegelt.
- $\cdot b$ bewirkt, dass man für x jetzt das $\frac{1}{b}$-fache einsetzen muss, um das gleiche Ergebnis zu erhalten wie ohne diesen Faktor, d. h. der Graph wird in x-Richtung um den Faktor $\frac{1}{b}$ gestaucht, bei negativem b zusätzlich an der y-Achse gespiegelt.
- $+c$ bewirkt, dass für x jetzt um c weniger eingesetzt werden muss, um das gleiche Ergebnis zu erhalten wie ohne diesen Summanden, d. h. der Graph wird in x-Richtung um c nach links verschoben (bzw. bei negativem c nach rechts).

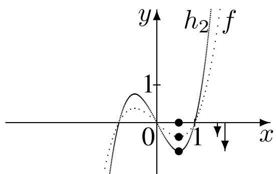
In Zweifelsfällen fertigt man am besten eine kleine Wertetabelle.

Beispiel: $f(x) = x^3 - x$

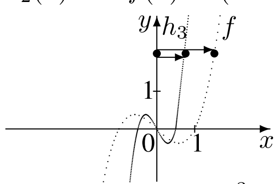




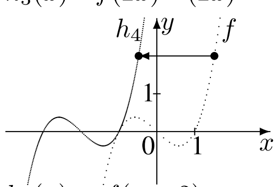
$h_1(x) = f(x) + 2 = x^3 - x + 2$



$h_2(x) = 2 \cdot f(x) = 2(x^3 - x)$



$h_3(x) = f(2x) = (2x)^3 - 2x$



$h_4(x) = f(x + 2) =$
$= (x + 2)^3 - (x + 2)$