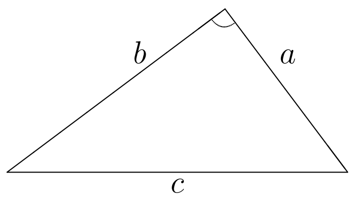
9. Klasse TOP 10 Grundwissen	9
Pythagoras	**08**



Satz von Pythagoras:
In einem rechtwinkligen Dreieck mit den Katheten a, b und der Hypotenuse c gilt

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(die Hypotenuse liegt dem rechten Winkel gegenüber).

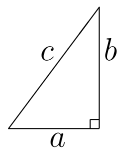
Wichtige Anwendungen:

- **Auflösen der Formel** $a^2 + b^2 = c^2$ nach c bzw. a:

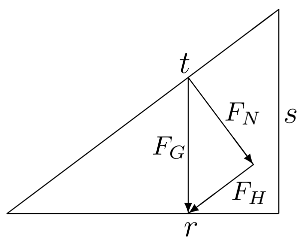
$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$

(Diese Ausdrücke können nicht weiter vereinfacht werden und sind insbesondere **nicht** gleich $a + b$ bzw. $c - b$)

- Die rechtwinkligen Dreiecke in **verschiedenen Lagen** erkennen:
Dreht man obiges Dreieck, so erkennt man leicht neben $A = \frac{1}{2}ch_c$ eine weitere Formel für die **Fläche** des Dreiecks: $A = \frac{1}{2}ab$

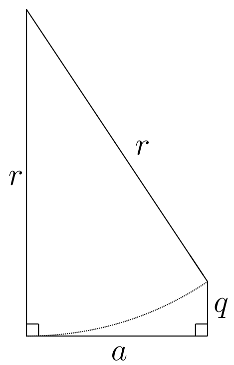


- **Anwendung in der Physik:**

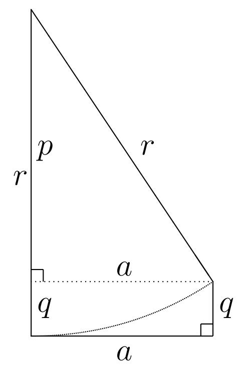


In der nebenstehenden Abbildung sind $r \perp s$, $F_H \| t$, $F_N \perp t$ und $F_G \perp r$.
Im großen äußeren Dreieck gilt $r^2 + s^2 = t^2$.
Im kleinen inneren Dreieck ist $F_N \perp F_H$ und daher $F_G^2 = F_N^2 + F_H^2$.

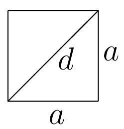
- Durch Einzeichnen von **Hilfslinien** rechtwinklige Dreiecke erzeugen:



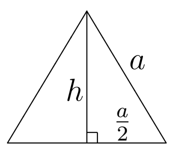
Beispiel (Abbildung links):
Gegeben sind der Kreisradius $r = 5{,}3$ m und der Abstand $a = 2{,}8$ m. Gesucht ist q.
Lösung (Abbildung rechts):
Man zeichnet die punktierte Hilfslinie der Länge a ein und erhält damit ein rechtwinkliges Dreieck mit $p^2 + a^2 = r^2$, also $p = \sqrt{r^2 - a^2} = \sqrt{(5{,}3\text{ m})^2 - (2{,}8\text{ m})^2} = 4{,}5$ m.
Damit ist $q = r - p = 0{,}8$ m.



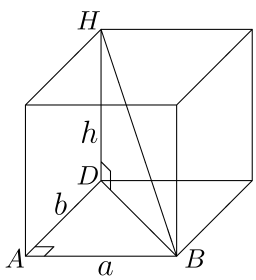
- **Diagonale im Quadrat**
$d^2 = a^2 + a^2$
$\Rightarrow \quad d = \sqrt{2}a$



- **Höhe im gleichseitigen Dreieck**
$h^2 + (\frac{a}{2})^2 = a^2$
$\Rightarrow h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$



- **Raumdiagonale im Quader**
Betrachte zunächst ΔABD: Dort ist $|\overline{DB}|^2 = a^2 + b^2$.
Betrachte dann ΔHDB: Dort ist $|\overline{HB}|^2 = |\overline{DB}|^2 + h^2$.
Also ist $|\overline{HB}|^2 = a^2 + b^2 + h^2$.



- **Abstand der Punkte** $P_1(x_1|y_1)$ **und** $P_2(x_2|y_2)$**:**
$|\overline{P_1P_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$