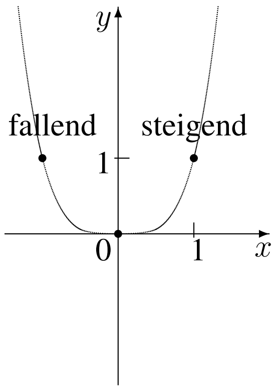
9. Klasse TOP 10 Grundwissen	9
Potenzfunktion, n-te Wurzel	**07**

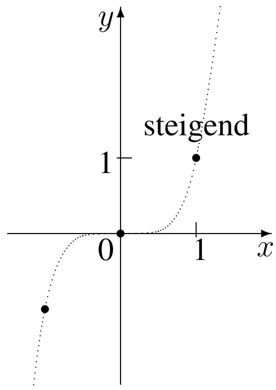
Potenzfunktionen

Funktionen mit dem Term $f(x) = ax^n$, $x \in \mathbb{R}$ mit $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, heißen Potenzfunktionen n-ten Grades.

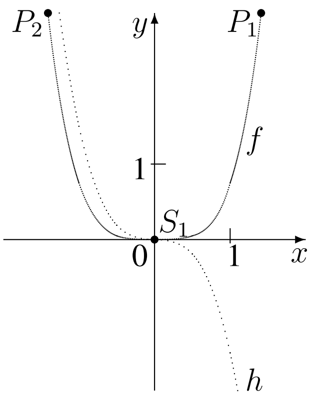
$a = 1$**, gerader Exponent**
Beispiel: $y = x^4$
Achsensymmetrisch, trogförmig „von links oben nach rechts oben“, durch die Punkte $(-1|1)$, $(0|0)$, $(1|1)$, Wertemenge $W = [0; \infty[$



$a = 1$**, ungerader Exponent**
Beispiel: $y = x^5$
Punktsymmetrisch, „von links unten nach rechts oben“ mit Terrassenpunkt O, durch die Punkte $(-1|-1)$, $O(0|0)$, $(1|1)$, Wertemenge $W = \mathbb{R}$



Streckung mit Faktor a (und Spiegelung für $a < 0$)
Beispiele:
$f(x) = 0{,}75x^4$ (Stauchung der y-Werte auf $\frac{3}{4}$ Höhe),
$h(x) = -1{,}5x^3$ (Streckung der y-Werte auf 1,5-fachen Betrag und Spiegelung an der x-Achse)



Beispielaufgabe: Schnittpunkte der obigen Graphen mit $f(x) = 0{,}75x^4$ und $h(x) = -1{,}5x^3$:
Gleichsetzen: $0{,}75x^4 = -1{,}5x^3$;
alles auf eine Seite bringen, $0{,}75x^3$ ausklammern: $0{,}75x^4 + 1{,}5x^3 = 0$; $0{,}75x^3(x + 2) = 0$;
dieses Produkt ist 0, wenn einer der Faktoren 0 ist, also wenn $x^3 = 0$ oder $x + 2 = 0$;
Lösungen der Gleichung somit: $x = 0$ und $x = -2$.
y-Werte der Schnittpunkte durch Einsetzen in einen der Funktionsterme ergibt Schnittpunkte $S_1(0|0)$, $S_2(-2|12)$ (oben nicht mehr im Bild).

n-te Wurzeln

$\sqrt[n]{a}$ ist für $n \in \mathbb{N}$, $a \geq 0$ die nichtnegative Lösung der Gleichung $x^n = a$, also z. B. $\sqrt[3]{1000} = 10$, denn $10^3 = 1000$.

Beispiel: Punkt $P(?|3)$ auf dem Graphen zur obigen Funktion mit $f(x) = 0{,}75x^4$ mit $y = 3$: $f(x) = 3$, also $0{,}75x^4 = 3$, also $x^4 = 2$. Somit $x = \pm\sqrt[4]{2} \approx \pm 1{,}19$ (zwei x-Werte möglich!)

Schreibweise mit Potenzen:
$x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$ (Brüche im Exponenten sagen: „Ich bin eine Wurzel“)
$x^{\frac{3}{2}} = (x^3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x^3} = \sqrt{x^2 \cdot x} = x\sqrt{x}$
oder $x^{\frac{3}{2}} = (x^{\frac{1}{2}})^3 = \sqrt{x}\sqrt{x}\sqrt{x} = x\sqrt{x}$ oder $x^{\frac{3}{2}} = x^{1+\frac{1}{2}} = x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x\sqrt{x}$
Damit gelten weiterhin die bekannten Rechenregeln ($\rightarrow$ grund84.pdf), wodurch sich Wurzeln oft bequemer als Potenzen weiterverarbeiten lassen.

Beispiel: $\dfrac{\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{a}}{\sqrt{a}} = a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} = a^0 = 1$