8. Klasse TOP 10 Grundwissen	**8**
Wahrscheinlichkeiten, Laplace-Experimente	**08**

Zufallsexperimente lassen sich beschreiben durch Aufzählen aller möglichen Versuchsausgänge (**Ergebnisse**). Diese bilden den **Grundraum** Ω.
Beispiel: Herr A und Frau B betreten im Untergeschoß eines Kaufhauses den Aufzug und wählen ihr Ziel (Erdgeschoß, 1., 2. oder 3. Stock). Das Ergebnis „Herr A möchte in den 2. Stock, Frau B ins Erdgeschoß“ könnte notiert werden als $(2,0)$ oder als 20; der Grundraum ist

$$\Omega = \{00, 01, 02, 03,\\ 10, 11, 12, 13,\\ 20, 21, 22, 23,\\ 30, 31, 32, 33\}.$$

Anzahl der Elemente von Ω: $|\Omega| = 16$.
Ereignisse sind Teilmengen von Ω.
In obiger Situation z. B.
$E_1 =$ „Herr A möchte in den 2. Stock, Frau B ins Erdgeschoß“ $= \{20\}$
$E_2 =$ „Herr A möchte in den 2. Stock“ $= \{20, 21, 22, 23\}$
$E_3 =$ „ Herr A und Frau B möchten ins gleiche Stockwerk“ $= \{00, 11, 22, 33\}$
$E_4 =$ „Herr A steigt vor Frau B aus“ $= \{01, 02, 03, 12, 13, 23\}$
Gegenereignis „nicht E“, Schreibweise $\overline{E}$,
z. B. $\overline{E_4} =$ „Herr A steigt nicht vor Frau B aus, d. h. A nach B oder A und B im gleichen Stockwerk“ $= \{00, 10, 11, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33\}$
Unmögliches Ereignis: Leere Menge $\{\}$, z. B. $E_3 \cap E_4$ (Schnittmenge: Beides, E_3 und E_4)
Sicheres Ereignis: Ganz Ω, z. B. „Die Summe der beiden Stockwerksnummern ist < 10“
Elementarereignis: Einelementige Teilmenge (besteht nur aus einem Ergebnis), z. B. E_1

Wahrscheinlichkeiten
Für jedes Ereignis gibt man den Grad der Sicherheit an, mit dem man das Eintreten des Ereignisses erwarten kann: Zu jedem Ereignis E hat man eine Wahrscheinlichkeit $P(E)$ zwischen 0 und 100 % = 1.
Bei **Laplace-Experimenten** sind alle Elementarereignisse gleich wahrscheinlich: Es ist dann

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der für } E \text{ günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$$

Betrachtet man obige Situation als Laplace-Experiment (was aber zu hinterfragen ist!), so ist
z. B. $P(E_1) = \frac{1}{16} = 0{,}0625 = 6{,}25\ \%$ $\qquad P(E_3) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\ \%$
$P(E_4) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\ \%$ $\qquad P(\overline{E_4}) = \frac{10}{16} = 0{,}625 = 62{,}5\ \% = 1 - P(E_4)$
Allgemein ist $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$.
Zum **Zählen der Elemente** von E bzw. Ω eignet sich ein Baumdiagramm oder das **Zählprinzip** (→ grund57.pdf).
In obiger Situation ist z. B. $|\Omega| = 4 \cdot 4$ (4 Wahlmöglichkeiten für Herrn A, 4 für Frau B), $|E_3| = 4 \cdot 1$ (4 Mögl. für A, dann nur noch 1 für B, da sie das gleiche wie A wählen muss).
Weiteres Beispiel: Mit fünf geworfenen Würfeln soll die „große Straße“ 23456 (Ereignis E) gebildet werden. Hier ist $|\Omega| = 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5$, $|E| = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5!$ (5 Mögl. für den ersten Wurf, dann noch 4 für den zweiten usw.), also $P(E) = \frac{5!}{6^5} \approx 1{,}5\ \%$.
Gesetz der großen Zahlen: Bei mehrmaliger unabhängiger Durchführung eines Experiments kann die relative Häufigkeit (→ grund62.pdf), in wie viel % der Fälle das jeweilige Ereignis eingetreten ist, durchaus schwanken, sie wird sich jedoch auf die Dauer um einen festen Wert stabilisieren, da eventuelle Glücks- oder Pechsträhnen bei einer sehr großen Anzahl von Versuchen nicht mehr ins Gewicht fallen.