8. Klasse TOP 10 Grundwissen — 8
Lineare Ungleichungen, Potenzgesetze — 04

Ungleichungen

Es gelten die gleichen Regeln wie beim Lösen von Gleichungen, mit folgender Besonderheit: Multipliziert/dividiert man eine Ungleichung mit einer negativen Zahl, so muss das Ungleichungszeichen umgekehrt werden.

Beispiel:

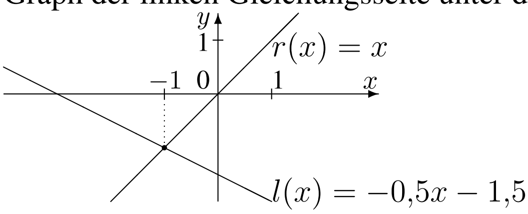
$$\begin{array}{rcll} -11x+3 & < & 7 & \mid -3 \\ -11x & < & 4 & \mid :(-11) \quad (!) \\ x & > & -\frac{4}{11} & \qquad L =]-\frac{4}{11};\infty[\end{array}$$

Die Lösungsmengen sind Intervalle; man schreibt die kleinere Grenze links, die größere rechts; ist die Klammer auswärts gerichtet, so gehört die jeweilige Grenze nicht mehr zum angegebenen Bereich; dagegen z. B. bei $]-\infty;1]$ gehört die rechte Grenze 1 noch zum Intervall dazu. Bei $\pm\infty$ (unendlich) ist die Klammer stets auswärts gerichtet.

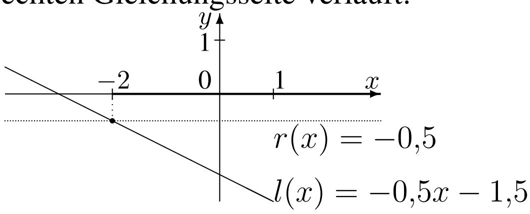
Schreibweise auch: $\{x|x>-\frac{4}{11}\}$ bzw. $\{x|x\leq 1\}$ (Menge aller x mit der Eigenschaft ...).

Graphisches Lösen von (Un-)Gleichungen

Beispiel: Die Gleichung $-0{,}5x-1{,}5=x$ bzw. Ungleichung $-0{,}5x-1{,}5<-0{,}5$ soll graphisch gelöst werden. Man zeichnet zu linker und rechter Gleichungsseite die Funktionsgraphen und sucht im Koordinatensystem diejenigen x-Werte, für die die Graphen gleiche bzw. hier kleinere y-Werte liefern, d. h. die Schnittpunkte bzw. den Bereich, in dem hier der Graph der linken Gleichungsseite unter dem der rechten Gleichungsseite verläuft:



$l(x)=r(x)$ hat die Lösung $x=-1$



$l(x)<r(x)$ hat die Lösung $x>-2$

Potenzgesetze (→ grund51.pdf, grund52.pdf, grund64.pdf)

Bedeutung: $a^6=\underbrace{a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a\cdot a}_{\text{6 Stück gleiche Faktoren}}$, ferner $a^0=1$.

Negative Exponenten sagen: „Ich stehe im Nenner“: $a^{-x}=\dfrac{1}{a^x}$, z. B. $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$.

Auch für Einheiten und Variablen, z. B. $\mathrm{ms}^{-1}=\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Bei negativen Exponenten tauschen Zähler und Nenner, z. B. $\frac{a^3}{2b^{-4}}=\frac{a^3b^4}{2}$, $(\frac{x}{2})^{-2}=(\frac{2}{x})^2$

Rechenregeln:

- $a^x\cdot a^y=a^{x+y}$. Beispiel: $x^2\cdot x^4=x^6$

  $a^x:a^y=a^{x-y}$. Beispiel: $\frac{a^5}{a^2}=a^5\cdot a^{-2}=a^3$
- $(ab)^x=a^xb^x$. Beispiel: $(2x)^{-3}=2^{-3}x^{-3}=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{x^3}$

  $(\frac{a}{b})^x=\frac{a^x}{b^x}$. Beispiel: $(\frac{x}{3})^{-4}=\frac{x^{-4}}{3^{-4}}=\frac{\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{3^4}}=\frac{3^4}{x^4}=\frac{81}{x^4}=81x^{-4}$
- $(a^x)^y=a^{x\cdot y}$ („Potenzen potenzieren heißt Exponenten multiplizieren“). Beispiel: $(3^5)^{-2}=3^{5\cdot(-2)}=3^{-10}$

Zehnerpotenzen (zur Angabe sehr kleiner Zahlen):

Beispiele: $10^{-6}=\frac{1}{10^6}=\frac{1}{1\,000\,000}$; $3{,}5\cdot 10^{-6}\text{ m}=3{,}5\cdot\frac{1}{10^6}\text{ m}=0{,}000\,003\,5\text{ m}=3{,}5\ \mu\text{m}$

Manche Taschenrechner (TR) zeigen Zehnerpotenzen im Display z. B. so an: $\boxed{3{,}5^{-06}}$; dies muss aber mit „10 hoch“ auf das Papier geschrieben werden: $3{,}5\cdot 10^{-6}$

Umgekehrt: Eingabe einer Zehnerpotenz mit dem TR: Meist $\times 10^x$, Exp- oder EE-Taste.

Beispiel: $10^{-12}=1\cdot 10^{-12}$: Tippe (je nach TR) 1 $\boxed{\times 10^x}$ $\boxed{(-)}$ 12 bzw. 1 $\boxed{\text{Exp}}$ 12 $\boxed{+/-}$

Je nach TR kann man die Anzeige von Zehnerpotenzen mit gewissen Tastenkombinationen ändern, z. B. ENG.