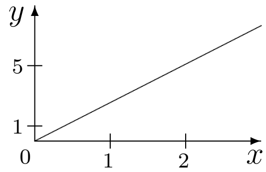
8. Klasse TOP 10 Grundwissen — 8
Proportionalität — 03

Direkte Proportionalität (in Zeichen: $y \sim x$)
Beispiel: 1 kg einer bestimmten Obstsorte kostet 2,55 Euro. Jeder Menge x (in kg) ist der zu bezahlende Preis y (in Euro) zugeordnet:

Menge x in kg	0	1	2	3	4	5
Preis y in Euro	0	2,55	5,10	7,65	10,20	12,75

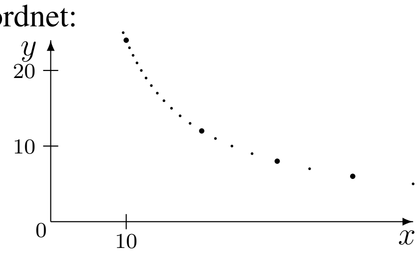


Der Preis y kann berechnet werden durch $y = 2{,}55 \cdot x$.
Zuordnungsvorschrift: $x \mapsto y = 2{,}55 \cdot x$ (Sprich: Jedem x wird zugeordnet $y = 2{,}55 \cdot x$).
Eigenschaften:

- Dem 2-fachen (3-fachen) x-Wert ist der 2-fache (3-fache) y-Wert zugeordnet.
- Quotientengleichheit: Dividiert man den y-Wert durch den x-Wert, erhält man jeweils den gleichen Wert (im Beispiel: $\frac{y}{x} = \frac{2{,}55}{1} = \frac{5{,}10}{2} = \ldots = 2{,}55$).
- Die Zuordnungsvorschrift ist von der Form $x \mapsto y = m \cdot x$.
  m heißt Proportionalitätsfaktor (im Beispiel: 2,55).
- Die Punkte im Schaubild liegen auf einer Ursprungsgeraden, d. h. auf einer Geraden durch den Nullpunkt $(0|0)$.

Indirekte Proportionalität (in Zeichen: $y \sim \frac{1}{x}$)
Beispiel: Ein Busunternehmer rechnet für den Tagesausflug, den er anbietet, mit Personal- und Benzinkosten von 240 Euro. Wie viele Personen müssen sich, damit diese Kosten gedeckt sind, für die Fahrt anmelden, wenn der Reisepreis 10 (20, 30, 40) Euro beträgt?
Jedem Reisepreis x ist die benötigte Personenzahl y zugeordnet:

Preis x in Euro	10	20	30	40
Benötigte Personenzahl y	24	12	8	6



Die Personenzahl y kann berechnet werden mit $y = \frac{240}{x}$.
Zuordnungsvorschrift: $x \mapsto y = \frac{240}{x}$.
Eigenschaften:

- Dem 2-fachen (3-fachen) x-Wert ist der $\frac{1}{2}$-fache ($\frac{1}{3}$-fache) y-Wert zugeordnet.
- Produktgleichheit: Die Produkte aus x-Wert und zugeordnetem y-Wert ergeben stets den gleichen Wert (im Beispiel: $x \cdot y = 10 \cdot 24 = 20 \cdot 12 = \ldots = 240$).
- Die Zuordnungsvorschrift ist von der Form $x \mapsto y = \frac{m}{x}$.
- Die Punkte im Schaubild liegen auf einer Hyperbel.

Jede dieser Eigenschaften eignet sich zum **Lösen von Aufgaben**, außerdem die Schlussrechnung (Dreisatz, $\rightarrow$ grund59.pdf). Beispiel:
Ein Fuhrunternehmen soll 180 m^3 Erde abtransportieren. Mit 20 Fuhren hat er schon 120 m^3 Erde abgefahren. Wie viele Fuhren sind insgesamt erforderlich?
Es handelt sich hier um eine direkte Proportionalität (bei doppelt so viel Erde braucht man doppelt so viele Fuhren): Abgefahrene Erde x in m^3 $\mapsto$ Zahl der Fuhren y.
Lösungsmöglichkeiten (weitere siehe ueb83.pdf):

- Durch Vergleich der x-Werte:

		$\xrightarrow{\cdot 1{,}5}$	
x in m^3	120		180
y	20		…
		$\xrightarrow{\cdot 1{,}5}$	also … = 30

- Durch Aufstellen der Gleichung der Form $y = mx$. Dabei ist mit $x = 120$ und $y = 20$: $20 = m \cdot 120$, also $m = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$ (siehe unten).
  Mit $y = \frac{1}{6}x$ berechnet man nun für $x = 180$: $y = \frac{1}{6} \cdot 180 = 30$.
  (Proportionalitätsfaktor anschaulich: $\frac{1}{6}$ Fuhre pro m^3)
- Mit Quotientengleichheit: $\frac{20}{120} = \frac{\ldots}{180}$, also $\ldots = \frac{20}{120} \cdot 180 = 30$ („20 verhält sich zu 120 so wie … zu 180“).