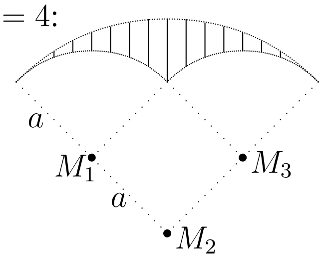
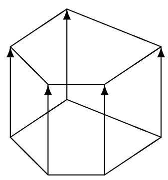
8. Klasse TOP 10 Grundwissen — 8
Kreis, Prisma, Zylinder — 10

Kreismessung
Mit der Kreiszahl $\pi \approx 3{,}14$ (für Überschlagsrechnungen $\pi \approx 3$) berechnet man für einen Kreis mit Radius r ($= \frac{d}{2}$ = halber Durchmesser):
Kreisumfang $u = 2r\pi$
Kreisfläche $A = r^2\pi$
Insbesondere gilt also: Bei doppeltem Radius r ist der Umfang u doppelt (Proportionalität), bei 2-fachem r ist die Fläche A 4-fach (quadratischer Zusammenhang).
Hat man Teile von Kreisen (z. B. Viertelkreis), nimmt man den entsprechenden Bruchteil.
Beispiel: Umfang u und Fläche A der nebenstehenden Figur für $a = 4$:
Die Figur besteht aus einem Viertelkreis um M_2 mit Radius $R = 2a$ und zwei Viertelkreisbögen um M_1, M_3 mit $r = a$.



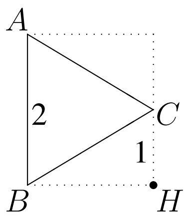
$u = \frac{1}{4} \cdot 2R\pi + 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 2r\pi = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot 2a\pi + a\pi = 2a\pi = 8\pi \approx 25{,}13.$
$A = \frac{1}{4}R^2\pi - 2 \cdot \frac{1}{4}r^2\pi - a^2 = \frac{1}{4}(2a)^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi - a^2 =$
$= \frac{1}{4} \cdot 4a^2\pi - \frac{1}{2}a^2\pi - a^2 = \frac{1}{2}a^2\pi - a^2 = 8\pi - 16 \approx 9{,}13$

Prisma, Zylinder
Verschiebt man eine n-eckige Grundfläche nach oben, so erhält man ein Prisma; es wird begrenzt von den n-Ecken als Grund- und Deckfläche und den Rechtecken, die den Mantel des Prismas bilden.



Bei Verschiebung eines Kreises nach oben entsteht ein Zylinder.

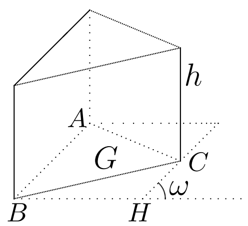
Schrägbild
Die nach „hinten“ laufenden Linien werden unter einem Winkel ω (z. B. $\omega = 45°$) und mit Faktor q verkürzt (z. B. $q = 0{,}7$) dargestellt. Nützlich sind hierzu oft Hilfspunkte oder ein „Einsperren“ in ein Rechteck.
Ist z. B. der Grundriss eines Primas das nebenstehende gleichseitige Dreieck mit Seitenlänge 2, so kann man mit dem Hilfspunkt H die Lage des Punktes C im Schrägbild in einer Entfernung von $1 \cdot q$ vom Punkt H konstruieren.



Netz
(„Bastelanleitung“)
Hilfreich ist hier oft, sich den Körper „aufgeklappt“ oder „abgewickelt“ zu denken.

Aus Platzgründen ist das Netz hier jeweils verkleinert dargestellt.

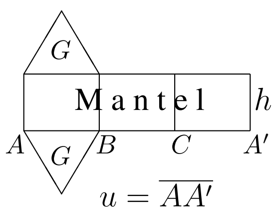
Prisma



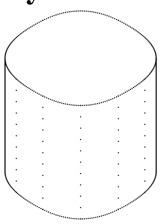
Volumen:
Grundfläche · Höhe
$V = Gh$

Mantelfläche:
$M = uh$
(u = Umfang der Grundfläche)

Oberfläche:
$O = M + 2G$



Zylinder



Volumen:
Grundfläche · Höhe
$V = r^2\pi h$

Mantelfläche:
$M = uh = 2\pi rh$

Oberfläche:
$O = M + 2G =$
$= 2\pi rh + 2r^2\pi$