6. Klasse TOP 10 Mathematik — 06
Gesamtes Grundwissen mit Übungen — G

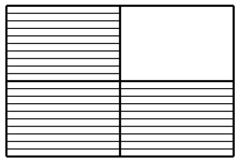
Grundwissen Mathematik 6. Klasse: Die 10 wichtigsten Themen auf jeweils einer Seite!

Zum Wiederholen kann man die Übungen des Kompakt-Überblicks verwenden.

G = Grundwissen, Ü = Übungen, L = Lösungen

6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6
Rechnen mit Brüchen: Überblick — 01

- **Bedeutung**

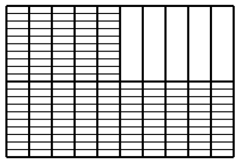
  

  Beispiel: $\frac{3}{4}$: Der Nenner 4 (unten) nennt, in wie viele gleich große Teile ein Ganzes zerlegt wird, der Zähler 3 (oben) zählt, wie viele solche Teile man nimmt.

  Insbesondere ist also ein Ganzes gleich vier Viertel ($1 = \frac{4}{4}$), zwei Ganze gleich acht Viertel ($2 = \frac{8}{4}$) usw. Ferner kann man schreiben: $2 = \frac{2}{1}$ usw.

  Bruchzahlen stehen für den Wert des entsprechenden Quotienten; ein Bruchstrich kann also immer durch ein Divisionszeichen ersetzt werden und umgekehrt.
  Beispiele: $3 : 4 = \frac{3}{4}$. Gegebenenfalls Klammern setzen: $\frac{2+3}{8} = (2+3) : 8$

- **Kürzen**

  Der Wert eines Bruches bleibt unverändert, wenn man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert.
  Beispiel: Mit 5 kürzen: $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$
  Zum Kürzen benötigt man also gemeinsame Teiler (siehe unten).

- **Erweitern**
  Der Wert eines Bruches bleibt unverändert, wenn man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliziert. Beispiel: Mit 2 erweitern: $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$

- **Gemischte Zahlen**
  Oft empfiehlt es sich, gemischte Zahlen in sog. unechte Brüche umzuwandeln, z. B. $4\frac{2}{5} = \frac{4\cdot 5}{5} + \frac{2}{5} = \frac{22}{5}$ oder $2\frac{1}{3} = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$ (Zwischenschritt im Kopf)
  bzw. umgekehrt: $\frac{29}{4} = 29 : 4 = 7\frac{1}{4}$

- **Addition/Subtraktion**
  Erweitern auf den Hauptnenner (gemeinsames Vielfaches), dann Zähler addieren bzw. subtrahieren; am Schluss kürzen, wenn möglich. Beispiel: $\frac{4}{7} - \frac{1}{2} = \frac{8}{14} - \frac{7}{14} = \frac{1}{14}$

- **Multiplikation**
  Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner; kürzen! Beispiel: $\frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4\cdot 1}{7\cdot 2} = \frac{2\cdot 1}{7\cdot 1} = \frac{2}{7}$
  Ganze Zahlen direkt in den Zähler! Beispiel: $\frac{4}{7} \cdot 14 = \frac{4\cdot 14}{7} = \frac{4\cdot 2}{1} = 8$

- **Division**
  Multiplikation mit dem Kehrbruch. Beispiel: $\frac{4}{7} : \frac{1}{2} = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{1} = \frac{8}{7}$
  Ganze Zahlen direkt in den Nenner! Beispiel: $\frac{4}{7} : 2 = \frac{4}{7\cdot 2} = \frac{2}{7}$

- **Doppelbrüche**
  Doppelbrüche schreibt man als Quotienten (Division durch Kehrbruch). Beispiel:

  $$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{7} : \frac{1}{2} = \frac{4\cdot 2}{7\cdot 1} = \frac{8}{7}$$

  Dabei kommt also der Nenner des Nenners (hier die 2) in den Zähler.

- **Teilbarkeit**
  Für das Kürzen ist es wichtig, die Teilbarkeit von Zähler und Nenner schnell zu sehen. Man erkennt
  - die Teilbarkeit durch 2 an den Endziffern 0, 2, 4, 6, 8,
  - die Teilbarkeit durch 5 an der Endziffern 0, 5,
  - die Teilbarkeit durch 3 daran, dass die Quersumme durch 3 teilbar ist (z. B. 411 hat Quersumme $4 + 1 + 1 = 6$ und ist somit durch 3 teilbar).

6. Klasse TOP 10 Grundwissen	**6**
Prozentbegriff, relative Häufigkeit	**02**

Bruchteile
Beispiel: $\frac{5}{8}$ von $400 = (400 : 8) \cdot 5 = 250$ (zuerst ein Achtel, also $: 8$, dann mal 5 für fünf Achtel)
oder bequemer:
„von“ heißt „mal“, also als Produkt schreiben, z. B. $\frac{5}{8} \cdot 400 = \frac{5 \cdot 400}{8} = \frac{5 \cdot 50}{1} = 250$

Prozentbegriff
Merke: 1 % = $\frac{1}{100}$.
Also: $16\ \% = \frac{16}{100} = 0{,}16$ (Dezimalzahlen siehe grund63.pdf)
$7\ \% = \frac{7}{100} = 0{,}07$
$100\ \% = \frac{100}{100} = 1$ (1 Ganzes)

Bruch-Anteile werden oft mit Nenner 100 geschrieben, da man sich dann den Anteil an 1 Ganzen (= 100 %) gut vorstellen kann und leichter Vergleiche ziehen kann.
Beispiel: 200 der 500 der Bewohner von A-Dorf gehen sonntags zur Kirche, in B-Dorf sind es 300 von 800.
A-Dorf: $\frac{200}{500} = \frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 0{,}40 = 40\ \%$ (d. h. 40 von 100 Personen sind Kirchgänger),
B-Dorf: $\frac{300}{800} = \frac{3}{8} = \frac{375}{1000} = \frac{37{,}5}{100} = 0{,}375 = 37{,}5\ \%$ (also in B-Dorf ein geringerer Anteil)

Umwandung Bruch $\leftrightarrow$ Prozent
Schreibe (falls möglich) den Bruch mit Nenner 100 (erweitere), z. B.
$\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\ \%$, $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\ \%$, $\frac{2}{5} = \frac{40}{100} = 40\ \%$.
Falls das Erweitern auf den Nenner 100 auch nach Kürzen nicht möglich ist: $\rightarrow$ grund63.pdf

Umwandlung Dezimalbruch $\leftrightarrow$ Prozent: Siehe $\rightarrow$ grund63.pdf

Berechnung des Prozentsatzes
Schreibe wie in obigem Beispiel mit den Kirchgängern den Bruch-Anteil („das, was einen interessiert, wie viel % es sind, geteilt durch das, was als Ganzes die 100 % darstellt“), z. B. 48 von 64 Schülern, das sind $\frac{48}{64} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0{,}75 = 75\ \%$

Berechnung „Prozentsatz vom Ganzen“
Schreibe die Prozentzahl als Bruch oder Dezimalbruch und berechne „Bruch-Anteil von …“ (siehe oben), z. B.
80 % von 800 = $\frac{80}{100}$ von 800 = 640.

Absolute Häufigkeit, relative Häufigkeit
Die Anzahl, wie oft ein bestimmtes Merkmal o. ä. vorliegt, heißt absolute Häufigkeit. Der Bruch-Anteil, wie oft das Merkmal unter der Gesamtzahl vorliegt, heißt relative Häufigkeit.
Also: Relative Häufigkeit = $\frac{\text{Absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$.
Beispiel: In 200 Versuchen mit einem Würfel wird 30-mal die Sechs gewürfelt. Dann ist 30 die absolute Häufigkeit der Sechs; die relative Häufigkeit ist $\frac{30}{200} = 15\ \%$.
Wiederholt man ein Zufallsexperiment (z. B. Würfeln) sehr oft, so pendelt sich die relative Häufigkeit bei einem festen Wert ein, da bei einer großen Zahl von Versuchen eventuelle Glücks- oder Pechsträhnen nicht ins Gewicht fallen (Gesetz der großen Zahlen).

Weitere Hinweise zur Prozentrechnung $\rightarrow$ grund68.pdf, grund69.pdf

6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6
Rechnen mit Dezimalbrüchen — 03

- **Bedeutung**
  Ebenso wie die Einer- (E), Zehner- (Z), Hunderterstelle (H) bei den natürlichen Zahlen hat man bei den Dezimalzahlen nach dem Komma die Zehntel (z), Hundertstel (h), Tausendstel (t) usw., z. B. bei 731,506:

H	Z	E		z	h	t
7	3	1	,	5	0	6

  Eine 0,7-l-Flasche ist also eine $\frac{7}{10}$-l-Flasche,
  2,09 Euro also 2 Euro und 9 Cent (= $\frac{1}{100}$ Euro).

- **Addition/Subtraktion**
  Stellenweise; eventuell Endnullen (im Kopf) anhängen. Beispiel:
  $$0{,}73 - 0{,}3 = 0{,}73 - 0{,}30 = 0{,}43$$

- **Multiplikation**
  Ohne Berücksichtigung des Kommas multiplizieren; das Ergebnis erhält so viele Dezimalen (Nachkommastellen) wie die beiden Faktoren zusammen haben. Beispiel:
  $$0{,}002 \cdot 0{,}11 = 0{,}00022 \qquad \text{(5 Dezimalen)}$$

- **Division**
  Komma von Dividend und Divisor um gleich viele Stellen nach rechts verschieben, so dass der Divisor eine natürliche Zahl wird. Beim anschließenden Dividieren auf Komma und eventuelle Periode achten. Beispiel:
  $$\begin{array}{l} 0{,}002 : 0{,}11 = 0{,}2 \; : 11 = 0{,}0\overline{18} \\ \qquad\qquad\quad 02 \\ \qquad\qquad\quad 020 \\ \qquad\qquad\qquad 90 \\ \qquad\qquad\qquad\; 20 \end{array}$$

- **Multiplikation/Division bei Stufenzahlen**
  Bei Stufenzahlen (10, 100, 1000, usw.) ist nur eine Kommaverschiebung notwendig.
  Beispiele: $0{,}23 \cdot 10 = 2{,}3$; $\quad 0{,}23 \cdot 1000 = 230 \quad 23 : 1000 = 0{,}023$

- **Runden von Dezimalzahlen**
  Ist die erste wegzulassende Ziffer eine 0,1,2,3 oder 4, so wird abgerundet, andernfalls aufgerundet. Beispiele: 0,2349 auf Hundertstel gerundet ergibt 0,23.
  0,2349 auf Tausendstel gerundet ergibt 0,235.
  0,25 auf Zehntel gerundet ergibt 0,3.

- **Umwandlung Dezimalbruch $\leftrightarrow$ Prozent**
  Verschiebe das Komma um zwei Stellen, z. B. $0{,}25 = \frac{25}{100} = 25\,\%$,
  $0{,}7 = 0{,}70 = 70\,\%$, $\quad 0{,}123 = 12{,}3\,\%$, $\quad 0{,}008 = 0{,}8\,\%$, $\quad 2{,}1 = 210\,\%$.

- **Umwandlung Bruch $\rightarrow$ Prozent**
  Wandle den Bruch in einen Dezimalbruch um (dividiere) und verschiebe das Komma, z. B. $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}3333\ldots = 33{,}33\ldots\,\% = 33\frac{1}{3}\,\%$, $\quad \frac{7}{15} = 7 : 15 = 0{,}4\overline{6} = 46\frac{2}{3}\,\%$

- **Rechentricks**
  Multiplikation mit 0,5: Weil $0{,}5 = \frac{1}{2}$, halbiert man die Zahl, z. B. $68 \cdot 0{,}5 = 34$

  Multipliktion mit 0,1
  Weil $0{,}1 = \frac{1}{10}$, dividiert man durch 10 (Kommaverschiebung), z. B. $68 \cdot 0{,}1 = 6{,}8$

  Division durch 0,5
  Weil $: 0{,}5$ wie $: \frac{1}{2}$ wie $\cdot 2$ gerechnet wird, verdoppelt man, z. B. $26 : 0{,}5 = 26 \cdot 2 = 52$

  Division durch 0,1
  Ebenso wie im vorigen Beispiel oder direkt sieht man die Kommaverschiebung um eine Stelle nach rechts, z. B. $26 : 0{,}1 = 260$ („in 26 geht 0,1 260-mal“)

6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6
Rechenfertigkeiten im Bruchrechnen — 04

Addition/Subtraktion: Wie findet man den Hauptnenner?
Als Hauptnenner benötigt man ein gemeinsames Vielfaches der Nenner, auf das man erweitern kann.

- Manchmal sieht man schnell ein solches gemeinsames Vielfaches; Beispiel: 15 und 10 haben als gemeinsames Vielfaches die 30, also z. B. $\frac{4}{15}+\frac{3}{10}=\frac{8}{30}+\frac{9}{30}=\frac{17}{30}$.
- Ein gemeinsames Vielfaches ist immer das Produkt der beiden Nenner (aber es ist dann nicht immer das bequemste). Beispiel:
  15 und 7 haben $15\cdot 7=105$ als gemeinsames Vielfaches (man muss also den ersten Bruch mit 7 und den zweiten mit 15 erweitern), z. B. $\frac{4}{15}-\frac{1}{7}=\frac{28}{105}-\frac{15}{105}=\frac{13}{105}$.
- Sieht man den gemeinsamen Nenner nicht direkt, kann man eine Primfaktorzerlegung (eventuell im Kopf) machen und für den Hauptnenner alle benötigten Primfaktoren „zusammensammeln". Beispiel:
  15 und 36: Primfaktorzerlegungen: $15=3\cdot 5$, $36=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$. Man beginnt jetzt für die Ermittlung des Hauptnenners mit einem der beiden Nenner, z. B. $15=3\cdot 5$, und betrachtet jetzt den anderen Nenner; hier ist z. B. vom Nenner $36=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$ eine 3 schon da, man braucht also nur noch die zweite 3 und die beiden Faktoren $2\cdot 2$, also schreibt man weiter: Hauptnenner $=3\cdot 5\cdot 3\cdot 2\cdot 2=180$.
- Kürzen vor der Hauptnenner-Suche spart Arbeit, z. B. $\frac{8}{16}-\frac{27}{81}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$.

Gemischte Zahlen bei Addition/Subtraktion

- Entweder verwandelt man die gemischten Zahlen zuerst in Brüche und rechnet dann weiter. Beispiel: $3\frac{1}{2}-1\frac{4}{5}=\frac{7}{2}-\frac{9}{5}=\frac{35}{10}-\frac{18}{10}=\frac{17}{10}=1\frac{7}{10}$
- Oder man addiert/subtrahiert die Ganzen und die Bruchteile einzeln. Beim Ergebnis man dann eventuell noch ein Ganzes aus dem Bruchteil zu den Ganzen ziehen; beim Subtrahieren muss man eventuell vorher ein Ganzes zu den Bruchteilen ziehen, z. B.
  $23\frac{1}{2}+17\frac{4}{5}=23\frac{5}{10}+17\frac{8}{10}=40\frac{13}{10}=41\frac{3}{10}$
  $23\frac{1}{2}-17\frac{4}{5}=23\frac{5}{10}-17\frac{8}{10}=22\frac{15}{10}-17\frac{8}{10}=5\frac{7}{10}$

Gemischte Zahlen bei Multiplikation/Division
Stets umwandeln in Brüche! Beispiel: $3\frac{1}{8}\cdot 4=\frac{25}{8}\cdot 4=\frac{25\cdot 4}{8}=\frac{25}{2}=12\frac{1}{2}$

Negative Exponenten
$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, negative Exponenten besagen also, dass es sich um einen Bruch handelt mit der entsprechenden Potenz im Nenner.
Beispiele: $5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$ $\qquad$ $(\frac{2}{3})^{-1}=\frac{1}{(\frac{2}{3})^1}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=1:\frac{2}{3}=1\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$
Zehnerpotenz: Komma nach links verschieben, z. B. $2{,}3\cdot 10^{-3}=\frac{2{,}3}{10^3}=\frac{2{,}3}{1000}=0,0023$.

Vergleichen von Brüchen
Bringt man die Brüche auf den gleichen Nenner, so kann man die Zähler vergleichen. Beispiel (Vergleich von $\frac{4}{7}$ und $\frac{1}{2}$): $\frac{4}{7}=\frac{8}{14}$ $\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$; also $\frac{4}{7}>\frac{1}{2}$
Bei gemeinsamem Zähler dagegen ist derjenige Bruch größer, der den kleineren Nenner hat. Beispiel: $\frac{4}{7}>\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ (Klar: Wenn man eine Torte in 7 gleich große Stücke teilt und 4 solche Stücke nimmt, hat man mehr, als wenn in 8 gleich große Stücke geteilt wird).

Weiterhin gelten die von den ganzen Zahlen bekannten Regeln

- Rechnen mit negativen Zahlen, Beispiel: $3\frac{1}{2}-5\frac{2}{3}=\frac{7}{2}-\frac{17}{3}=\frac{21}{6}-\frac{34}{6}=-\frac{13}{6}=-2\frac{1}{6}$
- Punkt vor Strich, Beispiel: $\frac{7}{10}+\frac{13}{10}\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{10}+\frac{13}{20}=\frac{14}{20}+\frac{13}{20}=\frac{27}{20}=1\frac{7}{20}$
- Rechenvorteile, Beispiel: $\frac{3}{8}-\frac{4}{9}+\frac{5}{8}=\frac{3}{8}+\frac{5}{8}-\frac{4}{9}=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$ (Kommutativgesetz)
- Berechnung von Potenzen, Beispiel: $6\cdot(\frac{2}{3})^4=6\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=6\cdot\frac{16}{81}=\frac{32}{27}$

6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6
Rechenfertigkeiten mit (Dezimal-)Brüchen — 05

- **Punkt vor Strich**
  Falls Klammern keine andere Reihenfolge vorschreiben, gilt:
  „Hoch vor Punkt vor Strich“
  Beispiel: $2170 - 1700 \cdot 0{,}2^3 = 2170 - 1700 \cdot 0{,}008 = 2170 - 13{,}6 = 2156{,}4$
  Ansonsten wird der Reihe nach gerechnet.
  Bei mehreren Klammern werden innere Klammern zuerst berechnet.
  Was man noch nicht rechnen kann, schreibt man unverändert an.

- **Brüche und Dezimalbrüche gemischt**
  Rechnen mit Brüchen geht immer, mit Dezimalbrüchen nur dann, wenn keine unendlichen periodischen Dezimalbrüche vorkommen.

- **Umwandlung Dezimalbruch → Bruch**
  Brüche ohne Periode: Beispiel: $0{,}128 = \frac{128}{1000} = \frac{16}{125}$ Mit Periode: → ueb65.pdf
  („So viele Nachkommastellen, so viele Nullen“; eventuell kürzen)
  Besondere Dezimalbrüche weiß man auswendig:

$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$	$\frac{1}{4} = 0{,}25$	$\frac{1}{5} = 0{,}2$	$\frac{1}{8} = 0{,}125$	$\frac{1}{9} = 0{,}\overline{1}$	$\frac{1}{10} = 0{,}1$
	$\frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$	$\frac{2}{4} = 0{,}5$	$\frac{2}{5} = 0{,}4$	$\frac{2}{8} = 0{,}25$	$\frac{2}{9} = 0{,}\overline{2}$	$\frac{2}{10} = 0{,}2$
		$\frac{3}{4} = 0{,}75$	$\frac{3}{5} = 0{,}6$	$\frac{3}{8} = 0{,}375$	$\frac{3}{9} = 0{,}\overline{3}$	$\frac{3}{10} = 0{,}3$
			$\frac{4}{5} = 0{,}8$		usw.	

  Beachte: $\frac{1}{3}$ ist nicht 0,3, sondern 0,33333…!

- **Umwandlung Bruch → Dezimalbruch**
  Fasse den Bruch als Quotienten (Divisionsaufgabe) auf, z. B. $\frac{7}{12} = 7 : 12 = 0{,}58\overline{3}$
  Wenn man Glück hat, kann man statt dessen manchmal auf den Nenner 10, 100, 1000, … erweitern, z. B. $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 0{,}35$

- **Rechentricks bei Dezimalzahlen: „Stellen schieben“ bei Division/Multiplikation**
  Beispiel 1: $\frac{0{,}2}{0{,}3} = \frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$ (bei Division Komma in die gleiche Richtung verschieben).
  Beispiel 2: $0{,}02 \cdot 3000 = 2 \cdot 30 = 60$ (bei Mult. Komma in entgegengesetzte Richtung).

- **Negative Zahlen**
  Auch für die rationalen Zahlen (d. h. positive und negative Brüche sowie die Null) gelten weiterhin die von den ganzen Zahlen (d. h. $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$) bekannten Regeln:
  Multiplikation/Division („minus mal minus ist plus“ usw.), z. B. $(-0{,}2) \cdot (-0{,}3) = +0{,}06$
  Addition/Subtraktion („das vor der Zahl stehende Vorzeichen gibt an, ob es Plus- oder Minuspunkte sind“), z. B. $-1{,}3 - 0{,}77 = -2{,}07$

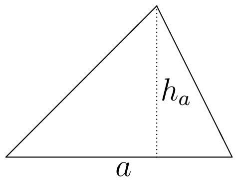
- **Vergleichen von Rechenausdrücken**. Für positive Zahlen gilt:
  Dividiert man durch eine kleinere Zahl, so wird das Ergebnis größer, z. B.
  $7 : 0{,}2 < 7 : 0{,}02$
  Subtrahiert man eine kleinere Zahl, so wird das Ergebnis größer, z. B. $7 - 0{,}2 < 7 - 0{,}02$
  Dividiert man durch eine Zahl, die kleiner ist als 1, so wird das Ergebnis größer als der Dividend, z. B. $7 : 0{,}2 = 35 > 7$

6. Klasse TOP 10 Grundwissen	6
Flächenformeln	**06**

Rechteck: $A = l \cdot b$ („Länge mal Breite“)

Dreieck

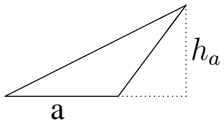
Im Dreieck nennt man den Abstand eines Eckpunktes von der gegenüber liegenden Seite a die Höhe h_a

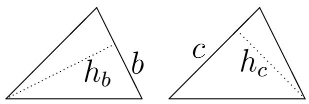


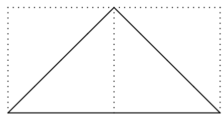
$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a$

(„Grundlinie mal Höhe geteilt durch 2“)

Bemerkungen:

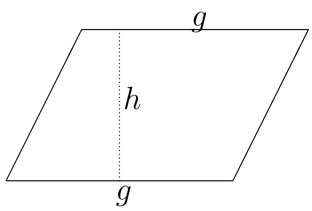
- 

„Überhängende“ Höhe: Verlängere die Grundlinie
- Je nach Sichtweise kann man die Grundlinie (und entsprechend die Höhe senkrecht darauf zum dritten Eckpunkt) anders wählen:


$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b =$
$= \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$
- Oft ist leicht zu sehen, dass das Dreieck ein halbes Rechteck ist:


Parallelogramm

Ein Parallelogramm ist ein Viereck, bei dem die jeweils gegenüber liegenden Seiten parallel sind. Diese sind dann auch gleich lang. Der Abstand zweier solcher Seiten heißt Höhe h.



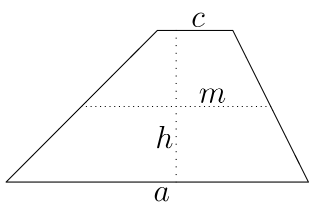
$A = g \cdot h$

(„Grundlinie mal Höhe“)

Trapez

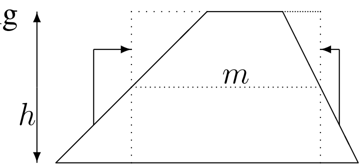
Ein Trapez ist ein Viereck, in dem zwei Seiten parallel sind. Der Abstand dieser Seiten a und c heißt Höhe h.

Die Länge der eingezeichneten Mittellinie m ist der Mittelwert von a und c: $m = \frac{a+c}{2}$



$A = \frac{a+c}{2} \cdot h =$
$= m \cdot h$

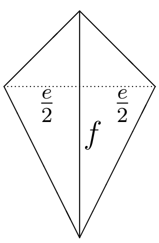
Die Formel $A = m \cdot h$ ist leicht mit der nebenstehenden Zerlegung zu sehen.



Andere Formen kann man oft in diese Grundformen zerlegen oder mit diesen Grundformen ergänzen.

Beispiel: Drachenviereck mit den Diagonalen $e = 2$ cm und $f = 3$ cm

Ein Drachenviereck ist ein achsensymmetrisches Viereck, bei dem die Symmetrieache durch zwei Ecken geht. Die Diagonalen heißen e und f. Die Fläche kann man z. B. durch Ergänzung zu einem Rechteck bestimmen. Hier wird als Beispiel eine andere Methode (Zerlegung) vorgeführt.



Zerlegung in des linke und rechte Dreieck, jeweils mit Grundlinie f und Höhe $\frac{e}{2}$. Fläche eines Dreiecks: $A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot f \cdot \frac{e}{2}$.

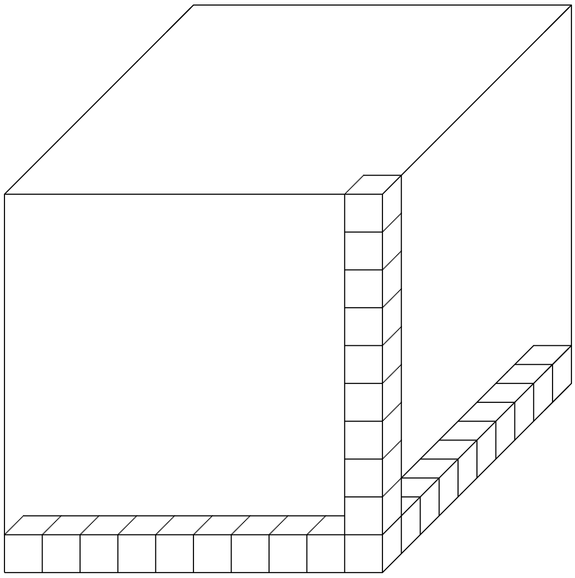
Fläche des Drachenvierecks (zwei Dreiecke): $A = 2 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot f \cdot \dfrac{e}{2} = \dfrac{e \cdot f}{2}$

Hier ($e = 2$ cm, $f = 3$ cm): $A = \frac{2 \cdot 3}{2}$ cm^2 $= 3$ cm^2.

6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6
Volumen — 07

Zur Messung des Volumens (Rauminhalts) zählt man im Prinzip, wie oft in einen Körper (z. B. Kofferraum eines Autos) die gewählte Volumeneinheit (z. B. Würfel mit 1 dm Kantenlänge, der dm^3) passt.

Einheiten
In den dm^3-Würfel passen 10 Schichten zu je $10 \cdot 10$, also $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ cm^3-Würfel. Also:



1 dm^3 = 1000 cm^3

Ebenso:

1 cm^3 = 1000 mm^3
1 m^3 = 1000 dm^3
1 km^3 = $1 \cdot (1000\,\mathrm{m})^3 = 1\,000\,000\,000$ m^3

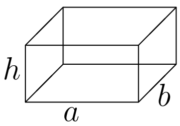
Man kann also jeweils die Einheit selbst durch die umgerechnete gewünschte Einheit ersetzen und dabei Klammern setzen, d. h. der Einheiten-Umrechnungsfaktor wird ebenfalls „hoch 3“ genommen.

Einheiten mit Liter: 1 Liter ist 1 dm^3:

1 l = 1 dm^3
1 hl = 100 l = 100 dm^3
1 ml = $\frac{1}{1000}$ l = $\frac{1}{1000}$ dm^3 = 1 cm^3

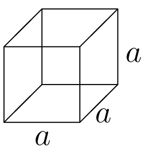
Beispiel: 2 m^3 34 cm^3 = 2000 dm^3 + $0{,}034$ dm^3 = 2000,034 l

Quader



$V = a \cdot b \cdot h =$ Grundfläche · Höhe
Beim Einsetzen die Daten in die gleiche Einheit umwandeln! Ist das Ergebnis in l (Liter) oder hl gewünscht, empfiehlt es sich, vorher in dm umzuwandeln.
Beispiel: Aquarium, 4 dm lang, 15 cm breit, 22 cm hoch. Volumen:
$V = 4\,\mathrm{dm} \cdot 1{,}5\,\mathrm{dm} \cdot 2{,}2\,\mathrm{dm} = 13{,}2\,\mathrm{dm}^3 = 13{,}2\,\mathrm{l}$.

Würfel



$V = a \cdot a \cdot a = a^3$
Beachte: a^3 bedeutet **nicht** Multiplikation mit 3, sondern, wie oft der Faktor a dasteht; Beispiel: Kantenlänge 4 cm. Volumen:
$V = (4\ \mathrm{cm})^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$ cm$^3 = 64$ cm^3.

6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6
Prozentrechnung — 08

- **Prozent ↔ Dezimalbruch** (→ grund63.pdf)
  $\% = \frac{1}{100}$, also **Kommaverschiebung um zwei Stellen**, oft gleich im Kopf!

  16 % = 0,16
  3 % = 0,03
  120 % = 1,20

- **Grundbegriffe, Grundgleichung** (Begriff „Prozentpunkte“ → grund69.pdf)

  Grundwert G: Ganzes (Gesamtheit, Ausgangswert, Bezugswert), von dem der jeweilige Prozent-Anteil genommen wird.
  Prozentsatz p: relativer Bruch-Anteil, oft mit Nenner 100, z. B. $\frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50$ %.
  Prozentwert P: „Wie viel dieser Bruchteil absolut wert ist“ (siehe auch grund62.pdf).
  Grundgleichung $P = p \cdot G$ (Prozentwert = Prozentsatz vom ganzen Grundwert).

- **Prozentwert berechnen: Wie viel sind 20 % von 48 Euro?**

  „von“ heißt „mal“, hier: $0{,}20 \cdot 48$ Euro $= 9{,}60$ Euro

- **Prozentsatz berechnen: Wie viel % sind** 240 von 600 Personen?

  Prozentsätze sind Bruch-Anteile, hier: $\frac{240}{600} = 0{,}4 = 40$ %

- **Grundwert** G **berechnen**. Beispiel: 0,3 % von G sind 6 mm

  Mit Ansatz: $0{,}003 \cdot G = 6$ mm, also muss man umgekehrt zur Berechnung des Grundwerts **durch den Prozentsatz dividieren**: $G = 6$ mm : $0{,}003 = 2000$ mm.

  Oder mit Schlussrechnung: (→ grund59.pdf)
  0,3 % ↦ 6 mm   0,1 % ↦ 2 mm   100 % ↦ 2000 mm = 2 m

- **Erhöhung um . . . %**

  Beispiel: Jemand erhält 0,5 % Zins auf 1280 Euro. Wie groß ist sein neues Guthaben?

  Zunächst könnte man die Aufgabe in Teilschritten lösen: 0,5 % von $1280 = 0{,}005 \cdot 1280 = \ldots$, das kommt zum bisherigen Guthaben dazu. Man könnte das neue Guthaben also so berechnen: $1280 + 0{,}005 \cdot 1280 = (1 + 0{,}005) \cdot 1280 =$

  $$1{,}005 \cdot 1280 = 1286{,}40.$$

  Mit Taschenrechner (TR) geht es also schneller auch in einem Schritt: Den Prozentsatz als Dezimalbruch plus 1 berechnen wir im Kopf und tippen gleich 1,005 in den TR!

  Wir merken uns: Erhöhung um 7 % bedeutet Multiplikation mit 1,07;
  Erhöhung um 19 % bedeutet Multiplikation mit 1,19;
  Erhöhung um 120 % bedeutet Multiplikation mit 2,2.

  Beispiel: An einer neuen Arbeitsstelle erhält Herr X. um 10 % mehr Lohn, und zwar jetzt 2013 Euro. Wie viel verdiente er vorher?
  $\text{Lohn}_{\text{vorher}} \cdot 1{,}10 = 2013$ Euro, also $\text{Lohn}_{\text{vorher}} = \frac{2013 \text{ Euro}}{1{,}1} = 1830$ Euro.
  oder Dreisatz: 110 % ↦ 2013 Euro   1 % ↦ $\frac{2013}{110}$ Euro   100 % ↦ $\frac{2013 \cdot 100}{110}$ Euro

- **Erniedrigung um . . . %**

  Ebenso merken wir uns:
  Erniedrigung um 3 % bedeutet Multiplikation mit 0,97 $(= 1 - 0{,}03)$;
  Erniedrigung um 10 % bedeutet Multiplikation mit 0,9.

  Beispiel: Jemand erhält 2 % Skonto auf 2070 Euro. Der ermäßigte Preis beträgt dann $0{,}98 \cdot 2070$ Euro $= 2028{,}60$ Euro. (Wir sehen sofort: Der Preis beträgt dann noch 98 % = 0,98 vom ursprünglichen, schreiben also gleich 0,98).

- Manchmal ist es günstig, in **Verhältnissen** zu denken. Beispiel: Durch Wärme ändert sich die Länge einer Eisenschiene um 0,12 %. Wie verhalten sich neue und alte Länge zueinander? Lösung: $l_{\text{neu}} = l_{\text{alt}} \cdot 1{,}0012$, also $\frac{l_{\text{neu}}}{l_{\text{alt}}} = 1{,}0012$.

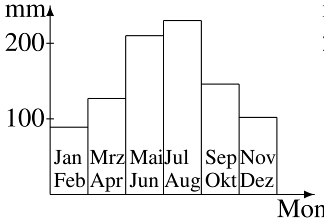
6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 6
Daten und Diagramme — 09

Diagramme
Zur Veranschaulichung von Daten verwendet man Diagramme.
Beispiel: Regenmenge in mm in München

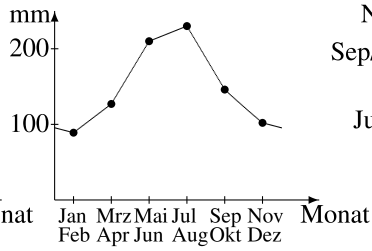
Tabelle:

Jan/Feb	89
Mrz/Apr	127
Mai/Jun	210
Jul/Aug	230
Sep/Okt	146
Nov/Dez	102

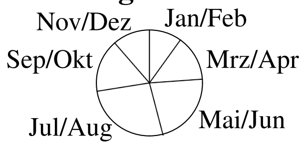
Säulendiagramm:



Liniendiagramm:



Kreisdiagramm:



Ein Liniendiagramm eigenet sich, um eine Entwicklung im Laufe der Zeit darzustellen.
Ein Kreisdiagramm eignet sich, wenn ein Ganzes in verschiedene Bereiche aufgeteilt wird, d. h. wenn die Summe aller Daten ein sinnvolles Ganzes darstellt (hier also möglich, da die Summe aller einzelnen Niederschlagsmengen die Jahresmenge darstellt).

Zum Zeichnen oder Auswerten eines **Kreisdiagramms** beachtet man, dass der Vollwinkel 360° beträgt, und berechnet entsprechende Winkel-Bruch-Anteile.
In obigem Beispiel: Gesamte Regenmenge in mm: $89 + 127 + \ldots + 102 = 904$.
Anteil für Jan/Feb: $\frac{89}{904} \approx 0{,}098 = 9{,}8$ %.
Zugehöriger Winkel im Kreisdiagrmm: $\frac{89}{904}$ von $360^\circ \approx 0{,}098 \cdot 360^\circ \approx 35^\circ$.
Mit diesen Anteilen ergibt sich auch die Größe der Felder im **Prozentstreifendiagramm**:

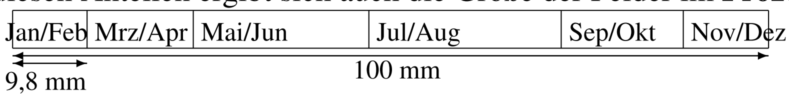
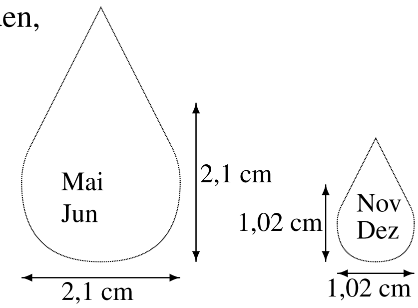


Diagramme geben manchmal einen **verfälschten** Eindruck wieder, wenn z. B.

- bei Linien- oder Säulendiagrammen die y-Achse nicht bei Null beginnt,
- bei Linien- oder Säulendiagrammen die Achsen ungleichmäßig geteilt sind,
- schlechte Daten in der Darstellung weggelassen werden,
- bei Figurendiagrammen die Flächen oder Volumina nicht passen, weil z. B. zur Darstellung doppelt so großer Daten alle Kantenlängen verdoppelt wurden, wodurch aber z. B. die Flächen (Länge doppelt mal Breite doppelt) dann viermal so groß sind (siehe Beispiel rechts: Verfälschtes Figurendiagramm mit Regentropfen).



Arithmetisches Mittel
Bei gleicher Gewichtung aller Daten werden diese addiert und dann durch die Anzahl geteilt.
Beispiel: In fünf Ländern wird unter je 1000 Personen gefragt, ob man der Aussage „Klimawandel zählt zu den größten Problemen auf der Welt“ zustimmt. Mit „ja“ antworteten in DE 710, in FR 710, in TR 600, in UK 570 und in IT 470.
Der Mittelwert dieser Daten ist $\frac{710+710+600+570+470}{5} = 612$. (Kritik → ueb69.pdf, Aufg. 1).

Begriff „Prozentpunkte“ (Begriff relative/absolute Häufigkeit → grund62.pdf)
Bei der Angabe des Unterschieds zwischen Prozentsätzen verwendet man die Sprechweise von „Prozentpunkten“.
Beispiel: Bei obiger Klimawandel-Frage ist die Zustimmung in DE mit 71 % um 11 Prozentpunkte größer als in TR mit 60 %.
(Zur Abgrenzung: 710 ist um 110 mehr als 600, also um $\frac{110}{600} \approx 0{,}18 = 18$ % größer als 600. Der Begriff „Prozentpunkte“ ist auch deshalb notwendig, da der Grundwert in anderen Beispielen verschieden sein kann).

6. Klasse TOP 10 Grundwissen 6
Geltende Ziffern 10

Vorbemerkung: Das Thema „Geltende Ziffern“ ist zwar im Lehrplan nicht direkt enthalten. Wegen der Bedeutung für das Fach Physik ist es hier jedoch in den Grundwissens-Katalog aufgenommen.

Was versteht man unter „geltenden (auch: gültigen, zuverlässigen) Ziffern“?
Beispiele:

510,4	4 geltende Ziffern (Wert zwischen 510,35 und 510,45)
510	3 geltende Ziffern (Wert zwischen 509,5 und 510,5)
$51 \cdot 10$	2 geltende Ziffern (Wert zwischen $50{,}5 \cdot 10 = 505$ und $51{,}5 \cdot 10 = 515$)
$5 \cdot 10^2$	1 geltende Ziffer (Wert zwischen $4{,}5 \cdot 10^2 = 450$ und $5{,}5 \cdot 10^2 = 550$)

Endnullen sind geltende Ziffern, Vornullen sind keine geltenden Ziffern:

0,00051	2 geltende Ziffern
0,000510	3 geltende Ziffern

Rechnen mit ungenauen Größen
Beispiel: Jemand läuft eine Strecke von 2,0 km in 510,4 s.

2,0 km: 2 geltende Ziffern (relativ ungenau)
510,4 s: 4 geltende Ziffern (relativ genau)

Mittlere Geschwindigkeit: $v = \frac{s}{t} = \frac{2{,}0\text{ km}}{510{,}4\text{ s}} = \frac{2000\text{ m}}{510{,}4\text{ s}} = 3{,}918495\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$;

das zeigt der Taschenrechner an bzw. kann man errechnen; aber so übergenau darf man z. B. im Physik-Unterricht das Endergebnis nicht angeben, denn:

2,0 war ein gerundeter Wert (tatsächlicher Wert zwischen 1,95 und 2,05),
510,4 war ein gerundeter Wert (tatsächlicher Wert zwischen 510,35 und 510,45).
Die Geschwindigkeit beträgt also höchstens

$$v_{\text{max}} = \frac{2{,}05\text{ km}}{510{,}35\text{ s}} = 4{,}017\ \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

mindestens

$$v_{\text{min}} = \frac{1{,}95\text{ km}}{510{,}45\text{ s}} = 3{,}820\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

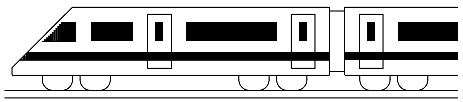
Sinnvoll ist es also, für die mittlere Geschwindigkeit einen gerundeten Wert von 3,9 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ anzugeben.

2 geltende Ziffern

Faustregel
Das Ergebnis hat so viele geltende Ziffern wie die am wenigsten genau gemessene Größe.

Beispiel
$s = 400$ m (3 g. Z.), $t = 89$ s (2 g. Z.), $v = \ldots = 4{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (2 g. Z.) (Nachrechnen!)

Manchmal bietet es sich an, in eine andere Einheit umzuwandeln; muss man z. B. das Taschenrechner-Ergebnis 283,33333 m (= 0,28333333 km) mit 2 geltenden Ziffern angeben, so schreibt man $2{,}8 \cdot 10^2$ m oder eben bequemer 0,28 km.



6. Klasse TOP 10 Grundwissen — 06

Kernsätze — K

Blatt auf DIN A 3 vergrößern, Karteikarten ausschneiden und Rückseite an Rückseite zusammenkleben!

Rechnen mit Brüchen 61

Wie werden Brüche addiert/subtrahiert, z. B. $\frac{3}{4} + \frac{1}{6}$?
Wie multipliziert man Brüche?
Wie dividiert man Brüche?
Was macht man mit einem Doppelbruch, z. B. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{6}}$?

L61

$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$ (erweitern auf gemeins. Nenner, Zähler add.).
Multiplikation: Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner.
Division: Mult. mit Kehrbruch.
Doppelbrüche als Division, z. B. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{6}} = \frac{3}{4} : \frac{1}{6} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{1} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 1} = \frac{9}{2}$.

Prozentbegriff, rel. Häufigkeit 62

Wie berechnet man Prozentsätze (z. B. 9 von 12 Personen)?
Berechne 20 % von 375.
Wie berechnet man relative Häufigkeiten, z. B. 800 Lose, davon 50 Treffer?

L62

Prozentsätze sind Bruch-Anteile, z. B. $\frac{9}{12} = \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\ \%$.
„von“ heißt „mal“ (und Kommaverschiebung um zwei Stellen):
20 % von $375 = 0{,}20 \cdot 375 = 75$.
%-Satz als Bruch-Anteil: $\frac{50}{800} =$
$= 50 : 800 = 0{,}0625 = 6{,}25\ \%$.

Rechnen mit Dezimalbrüchen 63

Wie addiert/subtrahiert man Kommazahlen, z. B. $0{,}12 - 0{,}4$?
Wie multipliziert man Kommazahlen, z. B. $0{,}12 \cdot 0{,}4$?
Wie dividiert man Kommazahlen, z. B. $0{,}12 : 0{,}4$?

L63

Addition/Subtr. stellenweise:
$0{,}12 - 0{,}40 = -0{,}28$.
Mult. ohne Komma, Ergebnis mit so vielen Dezimalen wie bei den Faktoren: $0{,}12 \cdot 0{,}4 = 0{,}048$.
Division: Kommaverschiebung:
$0{,}12 : 0{,}4 = 1{,}2 : 4 = 0{,}3$.

Rechenfertigkeiten (Brüche) 64

Wie rechnet man mit gemischten Zahlen, z. B. $14\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \cdot 6\frac{2}{5}$?
Wie ändert sich der Wert eines Bruchs bei Nenner-Vergrößerung?
Was bedeutet ein negativer Exponent, z. B. 5^{-2}?

L64

Bei Mult./Div. muss man gem. Zahlen in Brüche verwandeln:
$14\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} \cdot 6\frac{2}{5} = 14\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{32}{5} =$
$= 14\frac{1}{2} - \frac{48}{5} = 13\frac{15}{10} - 9\frac{6}{10} = 4\frac{9}{10}$.
Bei größerem Nenner wird der Wert des Bruchs kleiner.
Potenz im Nenner: $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$

Brüche und Dezimalbrüche 65

Wie rechnet man, wenn Brüche und Dezimalbrüche gemischt in einer Rechnung vorkommen, z. B. $0{,}5 - \frac{1}{3}$ oder $0{,}25 - \frac{1}{5}$?
Wie wandelt man einen Bruch in eine Dezimalzahl um, z. B. $\frac{1}{6}$?

L65

Rechnen mit Brüchen geht immer, mit Dezimalzahlen nur, wenn keine Perioden vorkommen:
$0{,}5 - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$,
$0{,}25 - \frac{1}{5} = 0{,}25 - 0{,}2 = 0{,}05$.
Bruch in Dezimalzahl: Division, z. B. $\frac{1}{6} = 1 : 6 = 0{,}1\overline{6}$

Flächenformeln 66

Wie lauten die Flächenformeln für Rechteck, Dreieck, Parallelogramm, Trapez?

L66

$A_R = l \cdot b$ (Länge mal Breite),
$A_\Delta = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$
(Grundlinie mal Höhe halbe),
$A_P = a \cdot h_a$
(Grundlinie mal Höhe),
$A_T = \frac{a+c}{2} \cdot h$
(Mittellinie mal Höhe).

Volumen 67

Wie lautet die Formel für das Quadervolumen?
Wie rechnet man mit Volumeneinheiten, z. B.
2 hl = ? m^3,
1 l = ? mm^3

L67

$V = a \cdot b \cdot c = G \cdot h$
(Länge mal Breite mal Höhe oder Grundfläche mal Höhe).
Einheiten: Komma um 3 Stellen verschieben:
2 hl = 200 l = 200 dm^3 = 0,2 m^3
1 l = 1 dm^3 = 1000 cm^3 = 10^6 mm^3

Prozentrechnung 68

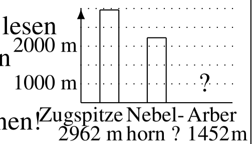
- 7 % von 20 Euro = ?
- Wie viel % von 20 Euro sind 7 Euro?
- 7 % sind 20 Euro, Grundwert=?
- Erhöhung um 7 % bedeutet …
- Verminderung um 7 % …

L68

- 7 % von $20 = 0{,}07 \cdot 20 = 1{,}40$.
- %-Sätze sind Bruch-Anteile: $\frac{7}{20} = 7 : 20 = 0{,}35 = 35\ \%$.
- Umgekehrt durch %-Satz dividieren: $20 : 0{,}07 \approx 285{,}71$.
- … Multiplikation mit 1,07.
- … Multiplikation mit 0,93.

Daten und Diagramme 69

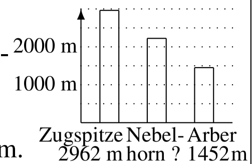
Arithm. Mittel: Wie rechnet man?
Diagramme lesen und zeichnen muss man einfach können!



Da sind Manipulationen möglich!

L69

Addieren und durch Anzahl teilen.
Nebelhorn: Laut Balkendiagramm Höhe etwa 2200–2250 m.



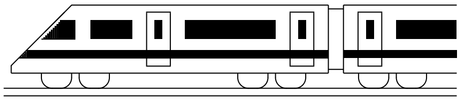
y-Achse war gekürzt!

Geltende Ziffern (nicht im Lehrplan) 610

Wie viele g. Z. hat 0,0230?
Wie schreibt man 2300 mit zwei geltenden Ziffern?
Welche Faustregel gilt für das Rechnen mit geltenden Ziffern, z. B. bei $0{,}0230 \cdot 9{,}2 = 0{,}2116$?

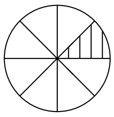
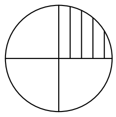
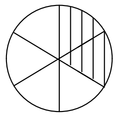
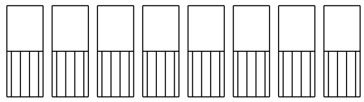
L610

0,0230 hat drei g. Z. (Vornullen zählen nicht, aber Endnullen).
$2300 = 2{,}3 \cdot 10^3$.
Das Ergebnis erhält so viele g. Z. wie die ungenaueste gegebene Größe, also $0{,}0230 \cdot 9{,}2 =$
$= 0{,}2116 = 0{,}21$ (2 g. Z.).



6. Klasse Übungsaufgaben	6
Rechnen mit Brüchen: Überblick	**01**

1. Welches der folgenden Diagramme stellt den Wert des Bruchs $\frac{2}{8}$ dar?

A  B  C  D 

2. (a) Berechne: $225 : 6$
   (b) Kürze: $\frac{42}{96}$
   (c) Bringe auf den angegebenen Nenner: $\frac{12}{16} = \frac{...}{12}$
   (d) Verwandle in eine gemischte Zahl: $\frac{10}{3}$
   (e) Verwandle in einen Bruch: $5\frac{3}{4}$
   (f) Addiere: $\frac{4}{15} + \frac{1}{3}$
   (g) Subtrahiere: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$
   (h) Multipliziere: $\frac{4}{15} \cdot \frac{1}{3}$
   (i) Dividiere: $\frac{4}{15} : \frac{1}{3}$
   (j) Welcher der Doppelbrüche stellt eine natürliche Zahl dar: $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{15}}$ oder $\dfrac{3}{\frac{4}{15}}$ oder $\dfrac{\frac{1}{3}}{4}$

3. Berechne:
   (a) $7 - \frac{9}{20} - 2\frac{3}{4}$
   (b) $5\frac{3}{4} + \frac{1}{5} : (\frac{15}{4} - 3\frac{1}{2})$
   (c) $8 + 2 \cdot \frac{7}{20} + \frac{3}{20}$
   (d) $\dfrac{\frac{7}{9} : 3}{13 : \frac{81}{7}}$

4. Ergänze folgende Tabelle mit Teilbarkeitsregeln:

Teilbarkeit durch	erkennbar an	Beispiel
2		266 ist teilbar durch 2
3		266 ist nicht teilbar durch 3 wegen Quersumme 14
4	aus letzten zwei Ziffern gebildete Zahl ist durch 4 teilbar	266 ist …
5		265 ist …
6	Teilbarkeit durch 2 und durch 3	213 ist …
9	durch 9 teilbare Quersumme	216 ist …
10		235 ist …

5. Manfred schreibt: „$\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{11} = \frac{11}{66} \cdot \frac{12}{66} = \frac{132}{4356} = \frac{33}{1089} = \frac{11}{363} = \frac{1}{33}$“
   Was meinst du dazu?

6. Ein Elefant fraß in der ersten Woche $\frac{1}{3}$ seines Futtervorrats. In der zweiten Woche fraß er $\frac{1}{4}$ vom Rest. Danach waren noch 300 kg Futter übrig. Veranschauliche die Situation durch eine Zeichnung. Wie viel Futter war anfangs vorhanden?

6. Klasse Übungsaufgaben — 6
Prozentbegriff, relative Häufigkeit — 02

1. Ergänze in den Tabellen die Brüche und Prozentsätze:
   (a) Merke auswendig:

Bruch	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$		$\frac{2}{5}$		$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$	
Prozentsatz				20 %		60 %				5 %

   (b) Ergänze außerdem:

Bruch		$\frac{21}{100}$		$\frac{11}{20}$	$\frac{28}{50}$	
Prozentsatz	19 %		35 %			98 %

2. Berechne:
   (a) $\frac{7}{8}$ von 864
   (b) $\frac{2}{15}$ von 3 km
   (c) $\frac{1}{6}$ von 7 h
   (d) 14 Mädchen sind $\frac{?}{??}$ von insgesamt 24 Schülern
   (e) Welcher Bruch-Anteil sind 120 g von 1,5 kg?
   (f) $\frac{2}{3}$ von ? sind 90
   (g) 16 % von 12 Euro
   (h) 80 % von 800 Schülern
   (i) 40 % von 50 % von 50 Euro
   (j) Wie viel % sind 2 Euro von 16 Euro?
   (k) Wie viel % bedeckt ein 3 m mal 1,5 m großer Teppich von einem 5 m mal 6 m großen Zimmerboden?
   (l) Wie viel % sind 34,34 Euro von 40,40 Euro?

3. Im Bundesland Berlin gibt es für die Flächennutzung ungefähr die nebenstehende Aufteilung.
   Ergänze die Tabelle!

Nutzung	km^2	Bruch	Prozent
Siedlung	?	$\frac{11}{20}$	?
Verkehr	?	?	15
Vegetation und Gewässer	270	?	30
gesamt	?	1	100

4. Gib die relativen und absoluten Häufigkeiten der Brillenträger in den Klassen 6 a und 6 b an; vergleiche; zeichne für Klasse 6 a ein Kreisdiagramm!
   Klasse 6 a: 30 Schüler, 9 Brillenträger. Klasse 6 b: 25 Schüler, 8 Brillenträger

5. Gegeben sind vier undurchsichtige Beutel A, B, C, D, die mit roten und weißen Kugeln gefüllt sind:

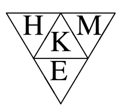
Beutel	A	B	C	D
Zahl der weißen Kugeln	11	7	13	5
Gesamtzahl der Kugeln	24	10	20	8

   Bei welchem Beutel sind die Chancen am geringsten, bei blindem Ziehen einer Kugel eine rote Kugel zu erhalten?

6. Bei 200 Würfen mit einem ungewöhnlichen Würfel hat sich Folgendes ergeben:

Gewürfeltes Tier	Hund	Katze	Maus	Elefant
Absolute Häufigkeit	32	38	70	60

   Uli vermutet einen pyramidenförmigen Spielwürfel mit nebenstehendem Netz, bei dem das (nicht sichtbare) Tier auf der Standfläche als gewürfelt gilt. Andrea vermutet jedoch ein ganz anderes Würfelnetz. Zeichne ein solches Netz, beschrifte geeignet und begründe.



6. Klasse Übungsaufgaben — 6
Rechnen mit Dezimalbrüchen — 03

1. Berechne:

   (a) $17{,}17 + 0{,}3$
   (b) $18{,}7 - 1{,}87$
   (c) $1{,}2 \cdot 0{,}12$
   (d) $0{,}8 : 0{,}32$
   (e) $0{,}32 : 0{,}6$
   (f) $0{,}0123 : 100$
   (g) $0{,}0123 \cdot 100$
   (h) Mit welcher Zahl muss man $0{,}0123$ multiplizieren, um 1230 zu erhalten?
   (i) Durch welche Zahl muss man $0{,}0123$ dividieren, um $0{,}123$ zu erhalten?
   (j) Welche Zahl muss man durch $0{,}0123$ dividieren, um 1000 zu erhalten?
   (k) Formuliere, wie man bequem die Multiplikation mit 0,01 und die Division durch 0,01 ausführt.

2. Berechne:

   (a) $5{,}5 \cdot 0{,}12 : 0{,}1$
   (b) $(2{,}08 + 9{,}2) - 6{,}99$
   (c) $(9 \cdot 0{,}8 - 0{,}70) : (0{,}6 + 0{,}5)$
   (d) Ist $0{,}2 \cdot 3 - 0{,}2^3$ größer oder kleiner oder gleich im Vergleich zu $0{,}2 \cdot 3 - 0{,}3 \cdot 2$?
   (e) Ergänze zu 1:
   • $0{,}123 + x = 1$ • $0{,}044 + x = 1$

3. Erkläre (z. B. durch Einzeichnen auf einer Skala), warum 2,7 größer als 2,08 ist.
   Welche Zahl liegt in der Mitte zwischen diesen beiden Zahlen?

4. 1 μm ist $\frac{1}{1\,000\,000}$ m. Auf welcher Stelle steht dann die Ziffer 2 bei der Angabe von 25 μm in m in der Kommaschreibweise?

5. Berechne $11\,111 : 9000$ als Dezimalbruch und runde anschließend

   (a) auf Hundertstel
   (b) auf Tausendstel.

6. Ergänze in den Tabellen die Brüche, Dezimalbrüche und Prozentsätze:

	Merke auswendig!								
Bruch	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$					
Dezimalbruch		$0{,}\overline{6}$					0,999		9,99
Prozentsatz					0,5 %	28,2 %		107 %	

6. Klasse Übungsaufgaben	6
Rechenfertigkeiten im Bruchrechnen	**04**

1. Berechne:

   (a) $\frac{1}{12}+\frac{5}{126}$

   (b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{2}{15}$

   (c) $\frac{9}{16}-\frac{3}{8}$

   (d) $(\frac{1}{10})^{-2}-2^{-4}$

   (e) $\frac{3}{8}+\frac{1}{15}$

   (f) $\frac{25}{30}-\frac{6}{28}$

2. Gegeben ist die Rechnung $\frac{4}{15}-\frac{1}{12}$.

   Zeige, dass die Rechnung mit dem Nenner $15\cdot 12$ zwar das richtige Ergebnis liefert, die Rechnung mit einem anderen Hauptnenner aber einfacher ist!

3. Berechne:

   (a) $17\frac{3}{4}+31\frac{4}{7}$

   (b) $11\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}$

   (c) $11\frac{1}{6}\cdot 5\frac{3}{4}:1\frac{1}{2}$

4. Vergleiche:

   (a) $\frac{8}{18}$ und $\frac{4}{11}$

   (b) $\frac{1}{3}$ von $8\frac{2}{7}$ und $\frac{2}{5}$ von 7

   (c) $17-8:\frac{2}{9}$ und $17-8:\frac{2}{7}$

5. Welche Fehler wurden hier gemacht? Verbessere!

   Anton: „$\frac{6}{7}:\frac{21}{2}=\frac{6}{1}:\frac{3}{2}=6\cdot\frac{2}{3}=4$“

   Berta: „$\frac{6+8}{24-6}=\frac{1+8}{24-1}=\frac{1+1}{3-1}=\frac{2}{2}=1$“

   Cäsar: „$8\frac{1}{6}\cdot 4=8\frac{4}{6}=8\frac{2}{3}$“

6. Berechne:

   (a) $-\frac{7}{10}-\frac{1}{10}$

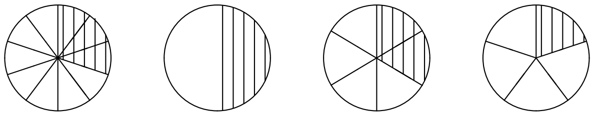
   (b) $(-\frac{7}{10})\cdot(-\frac{1}{10})$

   (c) $-5\frac{1}{4}-2\frac{1}{2}\cdot(-1)$

   (d) $\frac{3}{8}\cdot 17-\frac{3}{8}\cdot 7$

   (e) $17-\left[\frac{2}{3^3}-\frac{2^3}{3}+(-\frac{2}{3})^3\right]\cdot(-\frac{5}{6})\cdot(-\frac{6}{5})^2$

6. Klasse Übungsaufgaben	6
Rechenfertigkeiten mit (Dezimal-)Brüchen	**05**

1. Brüche und Dezimalbrüche
   (a) Welches Diagramm gehört zu welchem Dezimalbruch?
   
   0,3; 0,2; $0{,}\overline{3}$; 0,5
   (b) Stelle folgende Zahlen auf einem Zahlenstrahl (Einheit 6 cm) dar:
   $\frac{2}{3}$; 2,3; $-\frac{1}{6}$; 0,6; $1{,}\overline{6}$; $1\frac{1}{10}$

2. Berechne:
   (a) $2918 - 918 : \frac{1}{2}$
   Mache bei dieser Teilaufgabe zusätzlich vorher eine Überschlagsrechnung!
   (b) Stelle zunächst einen Gesamtterm auf: Der Term ist ein Produkt. Der erste Faktor ist der Quotient mit dem Dividenden $\frac{1}{3}$ und dem Divisor $0{,}12$. Der zweite Faktor ist die Differenz aus $1{,}01$ und $\frac{1}{20}$.
   (c) $76543 \cdot (\frac{9}{20} - 0{,}22 - 0{,}23)$

3. Zum Umgang mit Größen:
   (a) Das Umrechnen von Größen in eine andere Einheit kann z. B. so geschehen, dass man die gegebene Einheit ersetzt durch die gewünschte Einheit mit dem entsprechenden Umrechnungsfaktor, z. B. 20 min $= 20 \cdot \frac{1}{60}$ h $= \frac{1}{3}$ h $= 0{,}\overline{3}$ h. Berechne ebenso:
   • 2,75 h in min • 2,8° in Grad und Winkelminuten. • 5,4 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ in $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
   (b) Sehr große oder sehr kleine Daten ist manchmal die Zehnerpotenzschreibweise günstig (→ grund64.pdf). Wandle in die jeweils andere Schreibweise um:
   • $1{,}8 \cdot 10^3$ • $0{,}7 \cdot 10^9$ • 3,2 Millionen • $3{,}2 \cdot 10^{-6}$

4. Berechne:
   (a) $-4{,}44 - (11{,}5 - 22{,}7)$ (b) $-\frac{1}{8} + (-1\frac{1}{3} - 0{,}3) \cdot (-1\frac{1}{4} + 0{,}4)$

5. Vergleiche:
   (a) $17\,000 \cdot 0{,}5^3$ und $17\,000 \cdot (\frac{1}{5})^3$
   (b) Wie ändert sich das Ergebnis von $1{,}7 - \frac{1{,}6}{1{,}5}$, wenn statt $1{,}5$ eine kleinere Zahl steht?
   Um wie viel ändert sich der Ergebnis, wenn statt $1{,}5$ die Zahl $1{,}4$ steht? Schreibe beide Ergebnisse auch als (periodischen) Dezimalbruch.

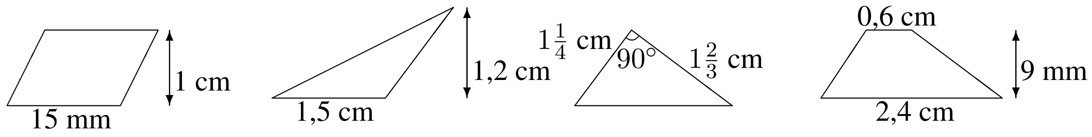
6. Studiere die Umwandlung von Dezimalbrüchen mit Periode an folgendem Beispiel:
   $$0{,}1\overline{28} = 1{,}\overline{28} : 10 = 1\frac{28}{99} : 10 = \frac{127}{99} : 10 = \frac{127}{990}$$
   Verwende diesen Trick, um $0{,}3\overline{8}$ in einen Bruch zu verwandeln!

6. Klasse Übungsaufgaben	6
Flächenformeln	**06**

Hinweis: Dieses Blatt sollte nach Möglichkeit so ausgedruckt oder mittels Kopierer so vergrößert werden, dass diese Länge als 1 cm erscheint: ⊢—⊣
Dazu muss eventuell beim Ausdrucken mit dem adobe acrobat reader „keine Seitenanpassung“ bzw. „Tatsächliche Größe“ eingestellt werden, damit der Ausdruck in einer Größe von 100 % erscheint.

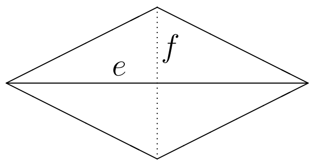
1. Berechne die Flächeninhalte:

   (a) (b) (c) (d)

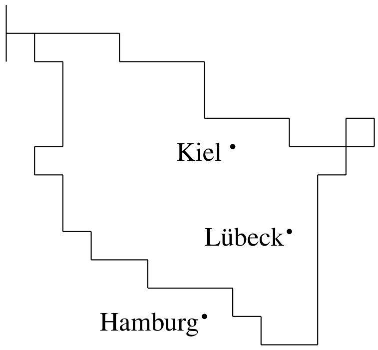


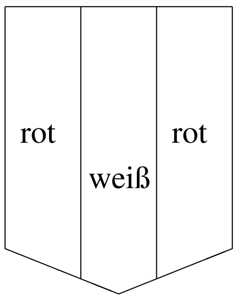
2. Finde eine Formel für die Fläche einer Raute mit den Diagonalen e und f!

   Eine Raute (auch Rhombus genannt) ist ein Viereck, in dem alle Seiten gleich lang sind. Diese sind dann auch immer parallel, so dass die Raute ein spezielles Parallelogramm ist. Außer mit der Formel für die Parallelogramm-Fläche kann man die Fläche einer Raute auch mit Hilfe der Diagonalen e und f bestimmen, die sich senkrecht halbieren.



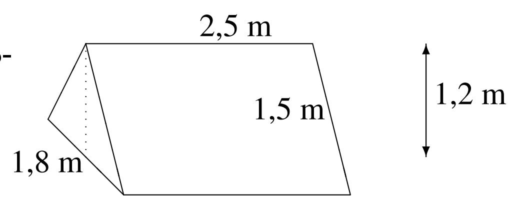
3. Gegeben ist die nebenstehende Karte, die stark vereinfacht Schleswig-Holstein im Maßstab 1:4 000 000 zeigt. Nähere das Flächenstück durch ein Parallelogramm mit etwa gleicher Fläche, entnimm der Karte die entsprechenden Maße, rechne im Maßstab um und berechne damit die ungefähre Fläche von Schleswig-Holstein!



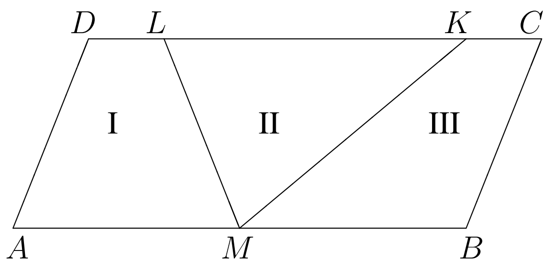
4. 

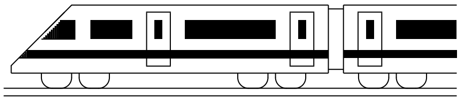
   Berechne den prozentualen Anteil (auf ganze Prozent gerundet) der roten Farbe des nebenstehenden Wappens!

5. Berechne die Oberfläche des Zelts (einschließlich Boden)!



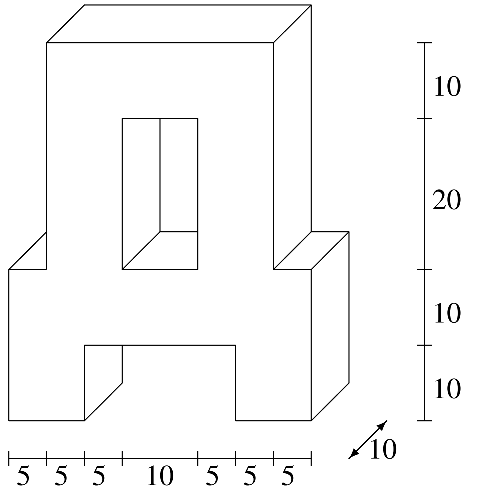
6. Gegeben ist ein Parallelogramm mit $\overline{AB} = \overline{CD} = 12$ cm und Höhe 5 cm. Die Seite $[AB]$ ist durch den Mittelpunkt M in zwei gleich große Teile geteilt. Wie muss man die Seite $[CD]$ teilen, damit die entstehenden Flächenstücke I, II und III (siehe Skizze) gleich groß sind?





6. Klasse Übungsaufgaben	6
Volumen	07

1. Berechne das Volumen (alle Maße in mm):



2. Wie viele Liter passen in eine 5 cm lange, 2,5 cm breite und 8 cm hohe Packung Orangensaft? Wie viele Hektoliter passen in einem würfelförmigen Tank mit 2 m Seitenlänge? Wie viele Packungen Saft kann man damit befüllen?

3. Verwandle in die angegebene Einheit:

   (a) 35,07 $\text{cm}^3 = \ldots\ \text{mm}^3 = \ldots\ \text{l}$

   (b) 35,07 cm = … mm

   (c) 35,07 $\text{cm}^2 = \ldots\ \text{mm}^2$

   (d) 4 cl = … m^3

4. Welche Breite hat ein 25 m langes, 2 m tiefes Schwimmbecken, das 600 000 l Wasser fasst?

5. Eine oben offene würfelförmige Schachtel hat ein Volumen von $\frac{1}{8}$ l. Berechne den Flächeninhalt des Schachtel-Kartons!

6. Der Wetterbericht kündigt starken Regen von 70 Liter pro m^2 an.

   (a) Wie hoch steht dann das Wasser in einer (vorher leeren) Wanne?

   (b) Wenn das Wasser auf ein Gartenhäuschen mit einer Dachfläche von 6 m^2 fällt und in einer Regentonne gesammelt wird, die eine Grundfläche von 0,5 m^2 hat, wie hoch müsste die Tonne dann mindestens sein?

6. Klasse Übungsaufgaben	6
Prozentrechnung	08

1. „Grundwert, Prozentwert, Prozentsatz“

   (a) In einer Klasse singen 12 Schüler im Chor, das sind ca. 39 % der Schüler dieser Klasse. Schreibe einen Rechenausdruck auf, mit dem die Zahl der Schüler dieser Klasse berechnet werden kann, und führe eine Überschlagsrechnung durch!

   (b) Die Polizei stellt bei einer Überprüfung von 400 Fahrrädern fest, dass 35 % davon verkehrsunsicher waren. Von diesen wurden $\frac{1}{7}$ wegen defekter Bremsen beanstandet. Wie viele Räder waren das?

   (c) Wie viel % sind 72 kg von 2400 kg?

2. „Erhöhter/erniedrigter Grundwert“

   (a) Eine Ware kostet mit 19 % Mehrwertsteuer 355,81 Euro. Schreibe einen Rechenausdruck auf, mit dem der Preis ohne MWSt berechnet werden kann.

   (b) Beim Braten von Fleisch gehen ca. 25 % des Gewichtes beim Erhitzen verloren. Wie viel Fleisch muss eingekauft werden, wenn nach dem Braten 180 g vorliegen sollen?

3. (a) Ein Auto setze 40 % der in einer Tankfüllung Benzin steckenden Energie in Bewegung um, nämlich 600 MJ (Energie-Einheit „Megajoule“). Der Rest geht z. B. durch Wärme über die Abgase verloren. Wie viele MJ sind das?

   (b) Herr X. spendet 8 % seines Lottogewinns, nämlich 6464,64 Euro, für den Bau eines Spielplatzes. Berechne, wie viel demnach vom Lottogewinn noch übrig ist.

4. Was ist günstiger: Verzinsung eines Bank-Guthabens zwei Jahre lang mit je 3 % (mit Zinseszins, d. h. nach einem Jahr wird der Zins zum Guthaben dazugezählt und im zweiten Jahr mitverzinst), oder 4 % im ersten Jahr und 2 % im zweiten Jahr (ebenfalls mit Zinseszins)?

5. Die Masse eines herumliegenden Beton-Steins beträgt nach Schätzung des Maurers 10 kg, nach Schätzung des Architekten 16 kg. Ergänze die Sätze:

   Die Schätzung des Maurers liegt ... % unter der Schätzung des Architekten.

   Die Schätzung des Architekten war ... % größer als die des Maurers.

6. „Verhältnisse“

   Die Körpergröße eines Kindes hat im Laufe eines Jahres von x_{alt} auf x_{neu} zugenommen, wobei $\frac{x_{\text{neu}}}{x_{\text{alt}}} = 1{,}084$. Um wie viel Prozent ist es gewachsen?

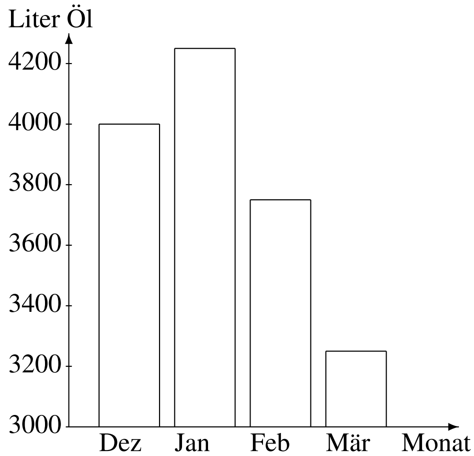
6. Klasse Übungsaufgaben — 6
Daten und Diagramme — 09

1. In fünf großen Ländern (DE = Deutschland, FR = Frankreich, TR = Türkei, UK = Großbritannien und Nordirland, IT = Italien) wird unter je 1000 Personen ermittelt, wie viele der Aussage „Klimawandel zählt zu den größten Problemen auf der Welt“ zustimmen. Aus diesen Daten wird ein Mittelwert gebildet (vgl. grund69.pdf).

   Erkläre, aus welchen mathematischen Gründen dieser Mittelwert nicht angibt, mit welchem Zustimmungsanteil für ganz Europa zu rechnen ist.

2. Nenne jeweils die Art Diagramm (Kreisdiagramm, Säulendiagramm oder Liniendiagramm), die am besten geeignet ist zur Darstellung folgender Daten:
   (a) Lebenserwartung in verschiedenen Ländern
   (b) Entwicklung der Einwohnerzahl Dillingens seit 1870 bis 2019
   (c) Höhe verschiedener Türme Münchens
   (d) Zusammensetzung des bayerischen Landtags aus Abgeordneten verschiedener Parteien

3. Das nebenstehende Diagramm zeigt den Heizölverbrauch in einem großen Wohnblock.



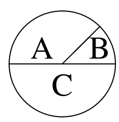
   (a) In welchem Monat war es wohl am kältesten?
   (b) Lies möglichst genau ab: Wie viele Liter Öl wurden im Februar verbraucht?
   (c) Nikola sagt: „Im März wurde im Vergleich zum Februar nur ganz wenig Öl verbraucht“. Was meinst du dazu?
   (d) Erkläre, ob es richtig wäre, zur Veranschaulichung des Ölverbrauchs im Dezember und März Würfel zu zeichnen mit Kantenlängen von 4 cm bzw. 3,2 cm.

4. Erstelle ein Liniendiagramm zu den nebenstehenden Daten (Stromerzeugung aus erneuerbaren Energien in Deutschland in Milliarden Kilowattstunden in verschiedenen Jahren).

1990	19
2000	36
2010	105
2017	218

5. (a) Berechne das arithmetische Mittel aus folgenden Zahlen:
   $8; 12; 16; 18; 17; 14; 9; 4; 0; -1; 0$
   (b) Berechne, wie groß bei den Daten aus Teilaufgabe (a) ein zwölfter Wert sein müsste, damit sich ein Mittelwert von $8{,}4$ ergibt.

6. In einer Klasse (24 Schüler) wird unter drei Lektürevorschlägen A, B und C abgestimmt. Das nebenstehende Kreisdiagramm zeigt das Ergebnis. Ermittle die jeweiligen Prozentzahlen und die Zahl der Stimmen. Nimm Stellung zur Aussage „Buch A erhielt 25 % mehr Stimmen als B“.



6. Klasse Übungsaufgaben	**6**
Geltende Ziffern	**10**

Vorbemerkung: Siehe grund610.pdf!

1. Auf einer Karte im Maßstab 1:25 000 misst man eine Streckenlänge von 5,7 cm. Gib die wahre Länge mit sinnvoller Genauigkeit an!

2. Die Angaben „Bayern hat 12 400 000, Bremen 660 000 Einwohner“ stellen gerundete Zahlen dar. Wie wurde vermutlich gerundet? Wie viele geltende Ziffern haben diese Angaben jeweils? Wie viel Prozent macht die Einwohnerzahl Bremens von der Einwohnerzahl Bayerns aus?

3. Fuhr man im Jahr 1880 mit dem Zug um 15.47 Uhr in Dillingen ab, so erreichte man München (131 km) um 19.25 Uhr. Berechne die durchschnittliche Reisegeschwindigkeit in m/s und in km/h (Ergebnis nach der Faustregel für geltende Ziffern)!

4. (a) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks mit Länge 0,4 m und Breite 2,31 m (Ergebnis mit sinnvoller Genauigkeit)!

   (b) Ein Trapez mit parallelen Seiten der Längen 9,3 cm und 2,7 cm habe den Flächeninhalt 12,2 cm^2. Berechne die Höhe (runde sinnvoll)!

5. Gegeben ist die Formel $G = \frac{g}{b} \cdot B$. Berechne den Wert mit $g = 271$ m, $b = 0{,}055$ m und $B = 0{,}024$ m!

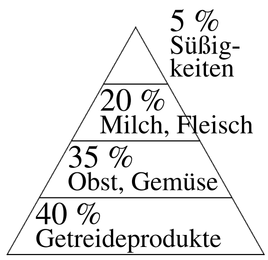
6. Jemand möchte den Preis eines rechteckigen Grundstücks schätzen; er weiß, dass der Quadratmeter exakt 130 Euro kostet, kann aber die Länge nur durch Abschreiten mit 40 Schritten und die Breite mit 25 Schritten bestimmen, wobei er annimmt, dass die Schrittlänge 0,8 m beträgt. In welchem Bereich liegt also die Schrittlänge? In welchem Bereich liegt der Preis des Grundstücks? Wie gibt man nach der Faustregel den Preis an?

6. Klasse Übungen — 06
Kompakt-Überblick zum Grundwissen — K

1. Rechnen mit Brüchen (siehe auch grund61.pdf): $\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{2}{15}}{1\frac{1}{2}-\frac{8}{3}}$
2. %-Begriff, relative Häufigkeit (siehe auch grund62.pdf)

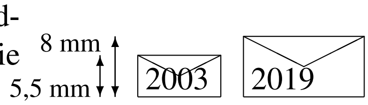
   In einer Umfrage unter 1000 befragten Personen (davon 20 % unter 30 Jahre) gaben 13 % an, dass nach ihrer Meinung zu einem gelungenen Heiratsantrag dazu gehört, dass der Mann vor der Frau auf die Knie fällt (dies meinten 68 der unter 30-Jährigen). Berechne, wie viel % der unter 30-Jährigen das sind.
3. Rechnen mit Dezimalbrüchen (siehe auch grund63.pdf): $(0{,}7+0{,}03)\cdot(1{,}1-0{,}9)$
4. Rechenfertigkeiten im Bruchrechnen (siehe auch grund64.pdf): $33\frac{5}{66}-22\frac{5}{36}$
5. Rechenfertigkeiten mit (Dezimal-)Brüchen (siehe auch grund65.pdf)
   (a) Zuletzt als Bruch zu schreiben: $0{,}003 : 0{,}5^2$
   (b) Zuletzt als Dezimalbruch zu schreiben: $\dfrac{4}{\frac{9}{2}}$
   (c) Was ist größer: $\frac{1}{32}$ oder $0{,}032$?
   (d) Punkt vor Strich: $(2\frac{8}{9}-2:\frac{3}{4})\cdot(0{,}25:4+\frac{1}{6}:\frac{1}{3})\cdot 9+1$
   (e) Negative Zahlen: $(2\cdot 2{,}3-7{,}5):(-100)$
   (f) Negative Exponenten: $(\frac{1}{2})^{-1}+4{,}7\cdot 10^{-3}$
6. Flächenformeln (siehe auch grund66.pdf)

   Auf einer Cornflakes-Packung befindet sich nebenstehende (vereinfacht und verkleinert dargestellte) „Ernährungspyramide". Jedes Stockwerk ist $1{,}5$ cm hoch; die waagrechten Stücke sind $1{,}7$, $3{,}4$, $5{,}1$ bzw. $6{,}8$ cm lang. Berechne die Flächen der einzelnen Stockwerke! Stimmen die von der Firma in der Abbildung angegebenen Prozentsätze für die Flächenanteile?

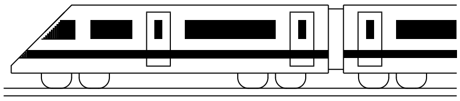
7. Volumen (siehe auch grund67.pdf)

   Gegeben ist ein Quader mit quadratischer Bodenfläche (Seitenlänge 2 cm) und 0,8 Liter Inhalt. Zu berechnen ist die Oberfläche der Quaders.
8. Prozentrechnung (siehe auch grund68.pdf)
   (a) Ein Würfel zeigte zu 12 % die Augenzahl 3, nämlich 21-mal. Wie oft wurde er geworfen? Wie stellt man 12 % im Kreisdiagramm dar?
   (b) Wie viel % sind 4 von 7,5 Liter?
   (c) Gemessen werden 30 m, tatsächlich sind es 24 m. Wie viel % beträgt der Fehler?
   (d) Nach einer Erhöhung um 1,5 % beträgt der Lohn 576,52 Euro. Wie viel Euro betrug die Erhöhung?
9. Daten und Diagramme (siehe auch grund69.pdf)
   (a) Berechne die Durchschnittsmasse von 18 g, 4 g, 9 g und 5,5 g schweren Briefen.
   (b) Im Jahr 2003 kostete das Porto für einen Standardbrief 55 Cent, 2019 aber 80 Cent. Erkläre, warum die Graphik die Portoerhöhung nicht richtig darstellt.

10. Geltende Ziffern (siehe auch grund610.pdf/nicht im Lehrplan)

    Werden $0{,}0144$ km in $1{,}0$ s zurückgelegt, so sind das (sinnvoll gerundet) … $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.



6. Klasse Lösungen	6
Rechnen mit Brüchen: Überblick	**01**

1. $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, daher ist B richtig. (A wäre $\frac{1}{8}$, C wäre $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, D wäre $\frac{8}{2} = 4$).

2. (a) $225 : 6 = 37\frac{3}{6} = 37\frac{1}{2}$
   (b) $\frac{42}{96} = \frac{7}{16}$ (mit 6 gekürzt)
   (c) $\frac{12}{16} = \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$
   (d) $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
   (e) $5\frac{3}{4} = \frac{23}{4}$
   (f) $\frac{4}{15} + \frac{1}{3} = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$
   (g) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$
   (h) $\frac{4}{15} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{45}$
   (i) $\frac{4}{15} : \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3}{15 \cdot 1} = \frac{4 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{4}{5}$
   (j) $\dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{15}} = \dfrac{1}{3} : \dfrac{15}{1} = 5$ stellt eine natürliche Zahl dar, dagegen die anderen nicht:
   $\dfrac{3}{\frac{4}{15}} = 3 \cdot \dfrac{15}{4} = \dfrac{45}{4} = 11\dfrac{1}{4}$, $\qquad \dfrac{\frac{1}{3}}{4} = \dfrac{1}{3} : 4 = \dfrac{1}{12}$

3. (a) $7 - \frac{9}{20} - 2\frac{3}{4} = 6\frac{11}{20} - 2\frac{15}{20} = 5\frac{31}{20} - 2\frac{15}{20} = 3\frac{16}{20} = 3\frac{4}{5}$
   (b) $5\frac{3}{4} + \frac{1}{5} : (\frac{15}{4} - 3\frac{1}{2}) =$
   $= \frac{23}{4} + \frac{1}{5} : (\frac{15}{4} - \frac{14}{4}) = \frac{23}{4} + \frac{1}{5} : \frac{1}{4} = \frac{23}{4} + \frac{4}{5} = \frac{115+16}{20} = \frac{131}{20} = 6\frac{11}{20}$
   (c) $8 + 2 \cdot \frac{7}{20} + \frac{3}{20} = 8 + \frac{14}{20} + \frac{3}{20} = 8\frac{17}{20}$
   (d) $\dfrac{\frac{7}{9} : 3}{13 : \frac{81}{7}} = \dfrac{\frac{7}{27}}{\frac{13 \cdot 7}{81}} = \dfrac{7}{27} : \dfrac{91}{81} = \dfrac{7 \cdot 81}{27 \cdot 91} = \dfrac{1 \cdot 3}{1 \cdot 13} = \dfrac{3}{13}$

4. Teilbarkeit

durch	erkennbar an	Beispiel
2	Endziffer 0, 2, 4, 6, 8	266 ist teilbar durch 2
3	Quersumme durch 3 teilbar	266 ist nicht teilbar durch 3
4	aus letzten zwei Ziffern gebildete Zahl ist durch 4 teilbar	266 ist nicht teilbar durch 4, da 66 nicht durch 4 teilbar ist
5	Endziffer 0, 5	265 ist teilbar durch 5
6	Teilbarkeit durch 2 und durch 3	213 ist nicht teilbar durch 6
9	durch 9 teilbare Quersumme	216 ist teilbar durch 9 (Quersumme 9)
10	Endziffer 0	235 ist nicht teilbar durch 10

5. M.s Rechnung ist zwar richtig, aber viel zu kompliziert, da man für die Multiplikation keinen gemeinsamen Nenner braucht und da M. ganz am Anfang mit 2 hätte kürzen können. Bequemer: $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{11} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{33}$

6. Futtervorrat nach einer Woche:

X		

Futtervorrat nach der zweiten Woche:

X	X	X			

Man erkennt, dass genau die Hälfte des Vorrats aufgebraucht ist. Also waren anfangs 600 kg vorhanden.

6. Klasse Lösungen	6
Prozentbegriff, relative Häufigkeit	**02**

1.

	(a)										(b)					
B.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{19}{100}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{28}{50}$	$\frac{49}{50}$
%	50	25	75	20	40	60	80	10	70	5	19	21	35	55	56	98

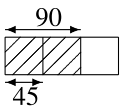
2. (a) $864 : 8 \cdot 7 = 756$

   (b) $3000\text{ m} : 15 \cdot 2 = 400\text{ m}$

   (c) $7 \cdot 60\text{ min} : 6 = 70\text{ min}$

   (d) $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$

   (e) $\frac{120\text{ g}}{1500\text{ g}} = \frac{12}{150} = \frac{2}{25}$

   (f) 

   Gesamt also: $3 \cdot 45 = 135$

   (g) $\frac{16}{100}$ von 1200 Cent = 1,92 Euro

   (h) $\frac{80}{100}$ von $800 = 640$

   (i) $\frac{2}{5}$ von $\frac{1}{2}$ von $50 = 10$

   (j) $\frac{2}{16} = \frac{1}{8} = 12{,}5\ \%$

   (k) Flächen in dm^2:
   $30 \cdot 15 = 450$, $50 \cdot 60 = 3000$,
   also $\frac{450}{3000} = \frac{15}{100} = 15\ \%$

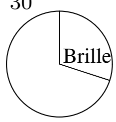
   (l) $\frac{3434\text{ Cent}}{4040\text{ Cent}} = \frac{34 \cdot 101}{40 \cdot 101} = \frac{34}{40} = \frac{17}{20} =$
   $= \frac{85}{100} = 85\ \%$

3. Im ersten Schritt kann man mit Blick auf die Vegetation (also Wald und Landwirtschaft) die Gesamtfläche x überlegen:
   30 % von x sind 270 km^2, also
   $\frac{3}{10}$ von x sind 270 km^2, also
   $x = 270\text{ km}^2 : 3 \cdot 10 = 900\text{ km}^2$.

Nutzung	km^2	Bruch	Prozent
Siedlung	495	$\frac{11}{20} = \frac{55}{100}$	55
Verkehr	135	$\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$	15
Vegetation und G.	270	$\frac{30}{100} = \frac{3}{10}$	30
gesamt	900	1	100

4. 6 a: Absolut 9, relativ $\frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 30\ \%$.
   6 b: Absolut 8, relativ $\frac{8}{25} = \frac{32}{100} = 32\%$.
   Also in 6 b geringfügig höherer Anteil, obwohl absolut gesehen die kleinere Anzahl.

   6 a
   $\frac{9}{30}$ von $360° = 108°$

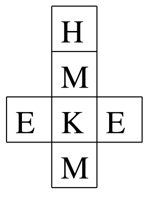
   

5. Anteile der roten Kugeln:
   A: $\frac{13}{24}$ mehr als die Hälfte, also mehr als 50 %
   B: $\frac{3}{10} = 30\ \%$
   C: $\frac{7}{20} = 0{,}35 = 35\ \%$
   D: $\frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\ \%$

   Also ist bei B die Chance am geringsten.

6. Die relativen Häufigkeiten:
   Hund $\frac{32}{200} = 16\ \%$, Katze $\frac{38}{200} = 19\ \%$, Maus $\frac{70}{200} = 35\ \%$, Elefant $\frac{60}{200} = 30\ \%$.

   Da Maus und Elefant (rel. Häufigkeit nahe bei $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$) etwa doppelt so häufig sind wie Hund und Katze (nahe bei $\frac{1}{6}$) und da sich relative Häufigkeiten bei großer Anzahl Versuche um einen festen Wert stabilisieren, liegt die Vermutung nahe, dass ein gewöhnlicher 6-seitiger Spielwürfel vorliegt (z. B. nebenstehndes Netz), bei dem je zwei Seiten mit Maus/Elefant und je eine Seite mit Hund/Katze beschriftet sind.

6. Klasse Lösungen	6
Rechnen mit Dezimalbrüchen	**03**

1. (a) $17{,}17 + 0{,}3 = 17{,}47$
   (b) $18{,}7 - 1{,}87 = 18{,}70 - 1{,}87 = 16{,}83$
   (c) $1{,}2 \cdot 0{,}12 = 0{,}144$
   (d) $0{,}8 : 0{,}32 = 80 : 32 = 2{,}5$
   (e) $0{,}32 : 0{,}6 = 3{,}2 : 6 = 0{,}5\overline{3}$
   (f) $0{,}0123 : 100 = 0{,}000\,123$
   (g) $0{,}0123 \cdot 100 = 1{,}23$
   (h) $0{,}0123 \cdot x = 1230$, also $x = 1230 : 0{,}0123 = 12\,300\,000 : 123 = 100\,000$
   (i) $0{,}0123 : x = 0{,}123$, also $x = 0{,}0123 : 0{,}123 = 12{,}3 : 123 = 0{,}1$
   (j) $x : 0{,}0123 = 1000$, also $x = 1000 \cdot 0{,}0123 = 12{,}3$
   (k) Eine Zahl wird mit 0,01 multipliziert, indem man das Komma zwei Stellen nach links verschiebt, z. B. $12 \cdot 0{,}01 = 0{,}12$
   Eine Zahl wird durch 0,01 dividiert, indem man das Komma zwei Stellen nach rechts verschiebt; die Zahl wird dadurch 100-mal so groß; z. B. $12 : 0{,}01 = 1200$

2. (a) $5{,}5 \cdot 0{,}12 : 0{,}1 = 0{,}660 : 0{,}1 = 6{,}6$
   (b) $(2{,}08 + 9{,}2) - 6{,}99 = 11{,}28 - 6{,}99 = 4{,}29$
   (c) $(9 \cdot 0{,}8 - 0{,}70) : (0{,}6 + 0{,}5) = (7{,}2 - 0{,}7) : 1{,}1 = 6{,}5 : 1{,}1 = 65 : 11 = 5{,}\overline{90}$
   (d) $0{,}2 \cdot 3 - 0{,}2^3 = 0{,}6 - 0{,}2 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}6 - 0{,}008 = 0{,}592$
   ist größer als ($>$)
   $0{,}2 \cdot 3 - 0{,}3 \cdot 2 = 0{,}6 - 0{,}6 = 0$
   (e) • $0{,}123 + 0{,}877 = 1$ • $0{,}044 + 0{,}956 = 1$

3. 2,7 (also $2\frac{7}{10}$) liegt auf dem Zahlenstrahl weiter rechts als $2{,}08 = 2\frac{8}{100}$:

Mitte zwischen 2,7 und 2,08: Nach „Gefühl" mit dem Zahlenstrahl (die beiden Zahlen liegen 0,62 auseinander) oder als Mittelwert findet man: $\frac{2{,}7+2{,}08}{2} = 4{,}78 : 2 = 2{,}39$

4. 25 μm $= 0{,}000\,025$ m, also steht die 2 auf der fünften Stelle nach dem Komma, der Hunderttausendstel-Stelle.

5. $11\,111 : 9000 = 1{,}234\,\overline{5}$
   (a) Gerundet auf Hundertstel: 1,23
   (b) Gerundet auf Tausendstel: 1,235

6.

B.	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{141}{500}$	$\frac{999}{1000}$	$1\frac{7}{100}$	$9\frac{99}{100}$
D.	$0{,}\overline{3}$	$0{,}\overline{6}$	$0{,}1\overline{6}$	$0{,}8\overline{3}$	0,005	0,282	0,999	1,07	9,99
%	$33\frac{1}{3}$	$66\frac{2}{3}$	$16\frac{2}{3}$	$83\frac{1}{3}$	0,5	28,2	99,9	107	999

# 6. Klasse Lösungen	6
Rechenfertigkeiten im Bruchrechnen	**04**

1. (a) Nenner: $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, $126 = 2 \cdot 63 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$. Schreiben wir zuerst die $2 \cdot 2 \cdot 3$ an, so fehlen von den Primfaktoren der 126 noch die 7 und die zweite 3, also Hauptnenner $= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 12 \cdot 21 = 252$. Für das Erweitern erkennt man, dass von der $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ auf $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ noch $3 \cdot 7 = 21$ fehlt, also die 12 mit 21 zu erweitern ist. Also: $\frac{1}{12} + \frac{5}{126} = \frac{21}{252} + \frac{10}{252} = \frac{31}{252}$.

   (b) Betrachtung der Nenner 2, 6 und 15: Die 2 steckt in der 6 schon als Primfaktor drin, von der $15 = 3 \cdot 5$ ist die 3 schon als Primfaktor in der 6 vorhanden, es fehlt also nur noch die 5, also Hauptnenner $= 6 \cdot 5 = 30$.
   $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{15} = \frac{15}{30} + \frac{5}{30} + \frac{4}{30} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$ (kürzen!)

   (c) $\ldots = \frac{9}{16} - \frac{6}{16} = \frac{3}{16}$
   (d) $\ldots = \frac{1}{(\frac{1}{10})^2} - \frac{1}{2^4} = 1 : \frac{1}{100} - \frac{1}{16} = 100 - \frac{1}{16} = 99\frac{15}{16}$

   (e) $\frac{3}{8} + \frac{1}{15} = \frac{45}{120} + \frac{8}{120} = \frac{53}{120}$
   (f) $\frac{25}{30} - \frac{6}{28} = \frac{5}{6} - \frac{3}{14} = \frac{35}{42} - \frac{9}{42} = \frac{26}{42} = \frac{13}{21}$

2. $15 \cdot 12 = 180$, also $\frac{4}{15} - \frac{1}{12} = \frac{48}{180} - \frac{15}{180} = \frac{33}{180} = \frac{11}{60}$ (kürzen!).
   In diesem Beispiel wäre der Nenner 60 bequemer gewesen: $\frac{4}{15} - \frac{1}{12} = \frac{16}{60} - \frac{5}{60} = \frac{11}{60}$

3. (a) $17\frac{3}{4} + 31\frac{4}{7} = 17\frac{21}{28} + 31\frac{16}{28} = 48\frac{37}{28} = 49\frac{9}{28}$
   (b) $11\frac{1}{6} - 5\frac{3}{4} = 11\frac{2}{12} - 5\frac{9}{12} = 10\frac{14}{12} - 5\frac{9}{12} = 5\frac{5}{12}$
   (c) $11\frac{1}{6} \cdot 5\frac{3}{4} : 1\frac{1}{2} = \frac{67}{6} \cdot \frac{23}{4} : \frac{3}{2} = \frac{67 \cdot 23 \cdot 2}{6 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{67 \cdot 23}{3 \cdot 4 \cdot 3} = \frac{1541}{36} = 42\frac{29}{36}$

4. (a) $\frac{8}{18} = \frac{4}{9} > \frac{4}{11}$
   (b) $\frac{1}{3}$ von $8\frac{2}{7} < \frac{2}{5}$ von 7, denn $\frac{1}{3}$ von $8\frac{2}{7} = \frac{1}{3} \cdot \frac{58}{7} = \frac{58}{21} = \frac{290}{105}$, $\frac{2}{5}$ von $7 = \frac{14}{5} = \frac{294}{105}$
   (c) $17 - 8 : \frac{2}{9} < 17 - 8 : \frac{2}{7}$, denn
   $\frac{2}{9} < \frac{2}{7}$, bei Division durch die kleinere Zahl $\frac{2}{9}$ wird $8 : \frac{2}{9}$ größer, bei Subtraktion der größeren Zahl erhält man das kleinere Ergebnis.

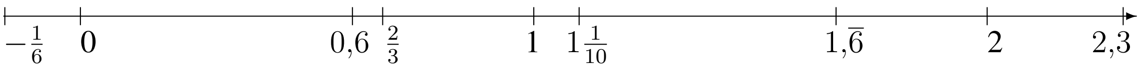
5. Anton: Bei Division muss man zuerst die Multiplikation mit dem Kehrbruch schreiben, dann erst kürzen! $\frac{6}{7} : \frac{21}{2} = \frac{6}{7} \cdot \frac{2}{21} = \frac{2 \cdot 2}{7 \cdot 7} = \frac{4}{49}$
   Berta: Bei Summen/Differenzen muss man zuerst ausrechnen oder mit Distributivgesetz ausklammern. Also: $\frac{6+8}{24-6} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$ oder $\frac{6+8}{24-6} = \frac{2 \cdot (3+4)}{2 \cdot (12-3)} = \frac{3+4}{12-3} = \frac{7}{9}$
   Cäsar: Man muss zuerst die gemischte Zahl umwandeln in einen Bruch: $8\frac{1}{6} \cdot 4 = \frac{49}{6} \cdot 4 = \frac{49 \cdot 2}{3} = \frac{98}{3} = 32\frac{2}{3}$. Man könnte sich auch klar machen, dass $8\frac{1}{6}$ eigentlich eine Summe ist, und das Distributivgesetz verwenden: $8\frac{1}{6} \cdot 4 = (8 + \frac{1}{6}) \cdot 4 = 8 \cdot 4 + \frac{1}{6} \cdot 4 = 32 + \frac{4}{6} = 32\frac{2}{3}$

6. (a) $-\frac{7}{10} - \frac{1}{10} = -\frac{8}{10} = -\frac{4}{5}$
   (b) $(-\frac{7}{10}) \cdot (-\frac{1}{10}) = +\frac{7}{100}$
   (c) $-5\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} \cdot (-1) = -5\frac{1}{4} - (-2\frac{1}{2}) = -5\frac{1}{4} + 2\frac{2}{4} = -\frac{21}{4} + \frac{10}{4} = -\frac{11}{4} = -2\frac{3}{4}$
   (d) $\frac{3}{8} \cdot 17 - \frac{3}{8} \cdot 7 = \frac{3}{8} \cdot (17 - 7) = \frac{3 \cdot 10}{8} = \frac{15}{4}$ (Ausklammern mit Distributivgesetz)
   (e) $17 - \left[\frac{2}{3^3} - \frac{2^3}{3} + (-\frac{2}{3})^3\right] \cdot (-\frac{5}{6}) \cdot (-\frac{6}{5})^2 =$
   $= 17 - \left[\frac{2}{27} - \frac{8}{3} + (-\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{2}{3}) \cdot (-\frac{2}{3})\right] \cdot (-\frac{5}{6}) \cdot (-\frac{6}{5}) \cdot (-\frac{6}{5}) =$
   $= 17 - \left[\frac{2}{27} - \frac{8}{3} + (-\frac{8}{27})\right] \cdot (-\frac{5 \cdot 6 \cdot 6}{6 \cdot 5 \cdot 5}) = 17 - \left[\frac{2}{27} - \frac{72}{27} - \frac{8}{27}\right] \cdot (-\frac{6}{5}) =$
   $= 17 - \left[\frac{2}{27} - \frac{80}{27}\right] \cdot (-\frac{6}{5}) = 17 - \left[-\frac{78}{27}\right] \cdot (-\frac{6}{5}) = 17 - (+\frac{78 \cdot 6}{27 \cdot 5}) = 17 - \frac{26 \cdot 6}{9 \cdot 5} =$
   $= 17 - \frac{26 \cdot 2}{3 \cdot 5} = 17 - \frac{52}{15} = 17 - 3\frac{7}{15} = 13\frac{8}{15}$

6. Klasse Lösungen	6
Rechenfertigkeiten mit (Dezimal-)Brüchen	**05**

1. (a) Erstes/zweites/drittes/viertes Diagramm:
$\frac{3}{10} = 0{,}3$ $\qquad$ $\frac{1}{2} = 0{,}5$ $\qquad$ $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0{,}\overline{3}$ $\qquad$ $\frac{1}{5} = 0{,}2$

(b)



2. (a) $2918 - 918 : \frac{1}{2} \approx 3000 - 1000 \cdot 2 = 1000$
Exakt: $2918 - 918 : \frac{1}{2} = 2918 - 918 \cdot 2 = 2918 - 1836 = 1082$

(b) $\frac{1}{3} : 0{,}12 \cdot (1{,}01 - \frac{1}{20}) = \frac{1}{3} : \frac{12}{100} \cdot (1{,}01 - 0{,}05) = \frac{100}{3 \cdot 12} \cdot \frac{96}{100} = \frac{32}{12} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

(c) $76543 \cdot (\frac{9}{20} - 0{,}22 - 0{,}23) =$
$= 76543 \cdot (\frac{45}{100} - 0{,}22 - 0{,}23) = 76543 \cdot (0{,}45 - 0{,}22 - 0{,}23) = 76543 \cdot 0 = 0$

3. (a) • $2{,}75 \text{ h} = 2\frac{3}{4} \cdot 60 \text{ min} = 120 \text{ min} + 45 \text{ min} = 165 \text{ min}$
• $2{,}8^\circ = 2^\circ + 0{,}8^\circ = 2^\circ + 0{,}8 \cdot 60' = 2^\circ + 48' = 2^\circ 48'$
• $5{,}4 \, \frac{\text{km}}{\text{h}} = 5{,}4 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = \frac{5400}{3600} \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{3}{2} \, \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1{,}5 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$

(b) • 1800 $\qquad$ • 700 000 000 $\qquad$ • $3{,}2 \cdot 10^6$ $\qquad$ • 0,000 003 2

4. (a) $-4{,}44-(11{,}5-22{,}7) = -4{,}44-(-11{,}2) = -4{,}44+11{,}2 = 11{,}20-4{,}44 = 6{,}76$

(b) $-\frac{1}{8} + (-1\frac{1}{3} - 0{,}3) \cdot (-1\frac{1}{4} + 0{,}4) =$
$= -\frac{1}{8} + (-1\frac{1}{3} - \frac{3}{10}) \cdot (-1{,}25 + 0{,}4) =$
$= -\frac{1}{8} + (-1\frac{10}{30} - \frac{9}{30}) \cdot (-0{,}85) =$
$= -\frac{1}{8} + (-1\frac{19}{30}) \cdot (-\frac{85}{100}) =$
$= -\frac{1}{8} + (-\frac{49}{30}) \cdot (-\frac{17}{20}) =$
$= -\frac{1}{8} + \frac{49 \cdot 17}{30 \cdot 20} =$
$= -\frac{1}{8} + \frac{833}{600} = -\frac{75}{600} + \frac{833}{600} = \frac{758}{600} = 1\frac{79}{300}$

5. (a) Wegen $0{,}5 > \frac{1}{5} = 0{,}2$ ist $17\,000 \cdot 0{,}5^3 > 17\,000 \cdot (\frac{1}{5})^3$.
Es ist $17\,000 \cdot 0{,}5^3 = 17\,000 \cdot (\frac{1}{2})^3 = 17\,000 \cdot \frac{1}{8} = 2125$ und
$17\,000 \cdot (\frac{1}{5})^3 = 17\,000 \cdot \frac{1}{125} = 17\,000 \cdot \frac{8}{1000} = 17 \cdot 8 = 136$

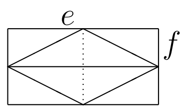
(b) Mit dem kleineren Nenner wird der Bruch größer. Zieht man von 1,7 eine größere Zahl ab, so wird das Ergebnis kleiner.
Es ist $1{,}7 - \frac{1{,}6}{1{,}5} = \frac{17}{10} - \frac{16}{15} = \frac{51}{30} - \frac{32}{30} = \frac{19}{30} = 19 : 30 = 0{,}6\overline{3}$ und
$1{,}7 - \frac{1{,}6}{1{,}4} = \frac{17}{10} - \frac{16}{14} = \frac{119}{70} - \frac{80}{70} = \frac{39}{70} = 39 : 70 = 0{,}5\overline{571428}$.
Das Ergebnis wird um $\frac{19}{30} - \frac{39}{70} = \frac{133}{210} - \frac{117}{210} = \frac{16}{210} = \frac{8}{105}$ kleiner.

6. $0{,}3\overline{8} = 3{,}\overline{8} : 10 = 3\frac{8}{9} : 10 = \frac{35}{9} : 10 = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$

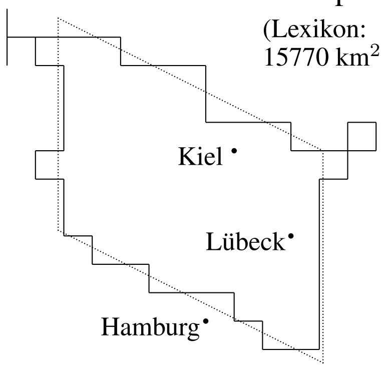
6. Klasse Lösungen — 6
Flächenformeln — 06

1. (a) Parallelogramm: $A = g \cdot h = 15$ mm$\cdot$1 cm $= 15 \cdot 10$ mm$^2 = 150$ mm$^2 = 1{,}5$ cm^2
   (b) Dreieck: $A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 \cdot 1{,}2$ cm$^2 = 0{,}9$ cm^2
   (c) Dreieck mit Grundlinie $c = 1\frac{1}{4}$ cm$= \frac{5}{4}$ cm und darauf senkrechter Höhe $h_c = 1\frac{2}{3}$ cm$= \frac{5}{3}$ cm: $A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{3}$ cm$^2 = \frac{25}{24}$ cm$^2 = 1\frac{1}{24}$ cm^2
   (d) Trapez mit Mittellinie $m = \frac{0{,}6+2{,}4}{2}$ cm$= 1{,}5$ cm und Höhe $h = 0{,}9$ cm:
   $A = m \cdot h = 1{,}5 \cdot 0{,}9$ cm$^2 = 1{,}35$ cm^2

2. Betrachtet man die Raute als halbes Rechteck, so sieht man die Formel $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$



3. Maßstab: 1 cm Karte entsprechen 4 000 000 cm = 40 km Natur.



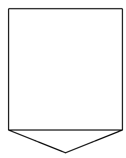
(Lexikon: 15770 km^2)

Bei nebenstehendem Parallelogramm, bei dem ungefähr gleich viel Land außerhalb des Parallogramms liegt wie innerhalb des Parallelogramms fehlt, misst man als Grundlinie (auf der Karte senkrecht in Nord-Süd-Richtung verlaufend) 2,8 cm und als Höhe (Abstand der beiden Parallelen in West-Ost-Richtung gemessen) 3,5 cm.
2,8 cm Karte $\hat{=}$ $2{,}8 \cdot 40$ km $= 112$ km Natur,
3,5 cm $\hat{=}$ $3{,}5 \cdot 40$ km $= 140$ km Natur.

Also Parallelogrammfläche $A = g \cdot h = 112 \cdot 140$ km$^2 = 15680$ km$^2 \approx 16000$ km^2

4. Rote Fläche: Zwei Trapeze mit parallelen Seiten $a = 3{,}2$ cm und $c = 3{,}6$ cm und Höhe $h = 1$ cm, also $A_{\text{rot}} = 2 \cdot \frac{a+c}{2} \cdot h = 2 \cdot \frac{3{,}2+3{,}6}{2} \cdot 1$ cm$^2 = 6{,}8$ cm^2.

   Das gesamte Wappen kann z. B. zerlegt werden (siehe Skizze) in ein Rechteck (3,2 cm lang und 3 cm breit) und ein Dreieck (Grundlinie 3 cm und Höhe 0,6 cm):



   $A_{\text{ges}} = 3{,}2 \cdot 3$ cm$^2 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0{,}6$ cm$^2 = 9{,}6$ cm$^2 + 0{,}9$ cm$^2 = 10{,}5$ cm^2.
   Prozentualer Anteil: $\frac{A_{\text{rot}}}{A_{\text{ges}}} = \frac{6{,}8}{10{,}5} = 68 : 105 = 0{,}647\ldots \approx 65$ %

5. Boden: Rechteck $1{,}8 \cdot 2{,}5$ m$^2 = 4{,}5$ m^2.
   Zwei rechteckige Dachflächen: $2 \cdot 2{,}5 \cdot 1{,}5$ m$^2 = 7{,}5$ m^2
   Zwei dreieckige Seitenflächen: $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}2$ m$^2 = 2{,}16$ m^2
   Gesamte Oberfläche: $4{,}5$ m$^2 + 7{,}5$ m$^2 + 2{,}16$ m$^2 = 14,16$ m^2

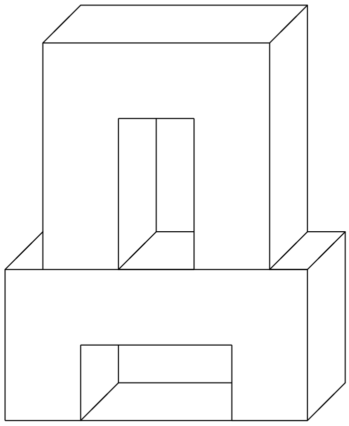
6. Fläche des Parallelogramms: $A = 12 \cdot 5$ cm$^2 = 60$ cm^2
   Also müssen die Stücke I, II, III je 20 cm^2 groß sein.

   Das Dreieck II hat Höhe $h = 5$ cm. Damit $A = \frac{1}{2} \cdot \overline{KL} \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \overline{KL} \cdot 5$ cm$= 20$ cm^2 ist, muss die Dreiecksgrundlinie $\overline{KL} = 8$ cm sein. Somit bleiben 12 cm$-$8 cm = 4 cm für die oberen Begrenzungslinien der Stücke I und III.

   I und III sind Trapeze mit gleicher Fläche 20 cm^2, gleicher Höhe 5 cm und gleicher „Grundseite“ $\overline{AM} = \overline{MB} = 6$ cm. Also muss auch die andere Parallelseite oben gleich lang sein, also je 2 cm. Somit wird die Seite $[CD]$ im Verhältnis 2:8:2 geteilt.

6. Klasse Lösungen — 6
Volumen — 07

1. Man kann den Körper z. B. zerlegen in zwei Quader, aus denen jeweils ein Stückchen herausgeschnitten ist:

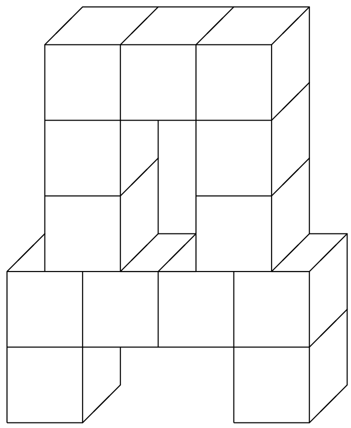


Oberer Quader:
$V_3 = 3 \cdot 3 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 9 \text{ cm}^3$

Unterer Quader:
$V_1 = 4 \cdot 2 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 8 \text{ cm}^3$

Oben herausgeschnitten: $V_4 = 1 \cdot 2 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 2 \text{ cm}^3$
Unten herausgeschnitten: $V_2 = 2 \cdot 1 \cdot 1 \text{ cm}^3 = 2 \text{ cm}^3$
Gesamtes Volumen:
$V = 8 \text{ cm}^3 - 2 \text{ cm}^3 + 9 \text{ cm}^3 - 2 \text{ cm}^3 = 13 \text{ cm}^3$

Oder man kann sich den Körper aus lauter 1 cm^3-Würfeln aufgebaut denken und die Würfel zählen:



Man zählt 13 Würfel, also $V = 13 \text{ cm}^3$.

2. Packung: $V_1 = 5 \cdot 2{,}5 \cdot 8 \text{ cm}^3 = 100 \text{ cm}^3 = 100 \text{ ml} = 0{,}1 \text{ l}$
Tank: $V_2 = (2 \text{ m})^3 = 8 \text{ m}^3 = 8000 \text{ dm}^3 = 8000 \text{ l} = 80 \text{ hl}$
Anzahl Packungen: $8000 \text{ l} : 0{,}1 \text{ l} = 80\,000$

3. (a) 35,07 cm^3 = 35070 mm^3 = 0,03507 dm^3= 0,03507 l
   (b) 35,07 cm = 350,7 mm
   (c) 35,07 cm^2 = 3507 mm^2
   (d) 4 cl = $\frac{4}{100}$ l = 0,04 l = 0,04 dm^3 = 0,000 04 m^3

4. Um mit Litern bequem rechnen zu können, wandle in die Einheit dm um!
$V = a \cdot b \cdot h$;
$600\,000 \text{ dm}^3 = 250 \text{ dm} \cdot b \cdot 20 \text{ dm}$;
$600\,000 \text{ dm}^3 = 5000 \text{ dm}^2 \cdot b$;
$b = 600\,000 : 5000$ dm = 120 dm. Das Schwimmbecken ist also 12 m breit.

5. $V = a^3$, d. h. $\frac{1}{8} \text{ dm}^3 = a^3$, also $a = \frac{1}{2}$ dm.
Da die Schachtel oben offen ist, hat sie fünf quadratische Flächen, also $A = 5a^2 = 5 \cdot (\frac{1}{2} \text{ dm})^2 = \frac{5}{4} \text{ dm}^2$.

6. (a) Die Größe der Wanne spielt keine Rolle für die Wasserstandshöhe. Denkt man sich die Wanne 1 m lang und 1 m breit, so hat sie eine Grundfläche von $G = 1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$.
   70 l = 70 dm^3 $= G \cdot h =$ Grundfläche mal Höhe, also
   $h = 70 \text{ dm}^3 : 100 \text{ dm}^2 = 0{,}7 \text{ dm} = 7 \text{ cm} = 70 \text{ mm}$.
   (b) Auf 6 m^2 fallen $6 \cdot 70$ l= 420 l = 420 dm^3 $= 0{,}42 \text{ m}^3$.
   Wieder mit der Formel Grundfläche mal Höhe hat man:
   $0{,}42 \text{ m}^3 = 0{,}5 \text{ m}^2 \cdot h$, also $h = 0{,}42 : 0{,}5 \text{ m} = 4{,}2 : 5 \text{ m} = 0{,}84$ m = 84 cm.

6. Klasse Lösungen	6
Prozentrechnung	**08**

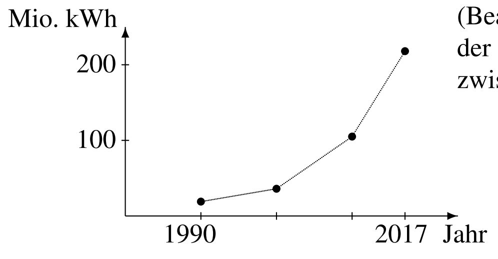
1. (a) 39 % von der Gesamtzahl n sind 12, also $0{,}39 \cdot n = 12$. Somit:
   $n = \frac{12}{0{,}39} \approx \frac{12}{0{,}4} = \frac{120}{4} = 30$.
   Ein alternativer Lösungsweg mit Schlussrechnung (Dreisatz):
   $$\begin{aligned} 39\% &\mapsto 12 \text{ Schüler} \\ 1\% &\mapsto \tfrac{12}{39} \text{ Schüler} \\ 100\% &\mapsto \tfrac{12\cdot 100}{39} \approx \tfrac{12\cdot 100}{40} = 30 \text{ Schüler} \end{aligned}$$
   (b) $\frac{1}{7}$ von 35 % von 400 = $\frac{1}{7} \cdot 0{,}35 \cdot 400 = 20$
   (c) $\frac{72}{2400} = \frac{3}{100} = 3$ %
2. (a) Erhöhung um 19 % heißt Multiplikation mit 1,19. Also muss umgekehrt dividiert werden:
   $\frac{355{,}81 \text{ Euro}}{1{,}19}$
   (komplizierter mit Schlussrechnung: 119 % $\mapsto$ 355,81 Euro ...)
   (b) Erniedrigung um 25 % heißt Multiplikation mit 0,75. Also muss umgekehrt dividiert werden:
   $\frac{180 \text{ g}}{0{,}75} = 180$ g : $\frac{3}{4}$ = 240 g.
3. (a) Verlorener Rest: 60 %.
   $$\begin{aligned} 40\ \% &\mapsto 600 \text{ MJ} \\ 20\ \% &\mapsto 300 \text{ MJ} \\ 60\ \% &\mapsto 900 \text{ MJ} \end{aligned}$$
   (b) Nach der Spende bleiben noch 92 % übrig.
   $$\begin{aligned} 8\ \% &\mapsto 6464 \text{ Euro} \\ 1\ \% &\mapsto \tfrac{6464}{8} \text{ Euro} \\ 92\ \% &\mapsto \tfrac{6464\cdot 92}{8} \text{ Euro} = 74336 \text{ Euro} \end{aligned}$$
4. Bei zweimaliger Erhöhung um 3 % wird jeweils mit 1,03 multipliziert, also mit $1{,}03 \cdot 1{,}03 = 1{,}0609$.
   Bei 4 % im ersten Jahr und 2 % im zweiten Jahr ist mit $1{,}04 \cdot 1{,}02 = 1{,}0608$ zu multiplizieren.
   Also ist das erste Angebot geringfügig günstiger.
   [Man sieht dies auch schön, wenn man das Ganze durchrechnet mit einem Startguthaben von 100 Euro.]
5. Die Schätzungen unterscheiden sich um 6 kg.
   Im ersten Satz ist die Schätzung des Architekten der Grundwert, der als 100 %-Wert die Richtschnur darstellt. Also:
   16 kg $\mapsto$ 100 %, 1 kg $\mapsto$ $\frac{100}{16}$ %, 6 kg $\mapsto$ $\frac{100}{16} \cdot 6$ % $= 37{,}5$ %
   (oder direkt $\frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5$ %).
   Die Schätzung des Maurers liegt 37,5 % unter der Schätzung des Architekten.
   Im zweiten Satz ist die Schätzung des Maurers der Grundwert. Also:
   10 kg $\mapsto$ 100 %, 6 kg $\mapsto$ 60 %.
   Die Schätzung des Architekten war 60 % größer als die des Maurers
6. Das Kind ist um 8,4 % gewachsen.

6. Klasse Lösungen	**6**
Daten und Diagramme	**09**

1. Da die Länder unterschiedliche Einwohnerzahlen haben, müssten die Ergebnisse aus Ländern mit mehr Einwohnern stärker gewichtet werden. Zudem wurde nur unter einer Auswahl von Ländern und nicht in allen Ländern und nicht alle Einwohner befragt.

2. (a) Säulendiagramm
   (b) Liniendiagramm
   (c) Säulendiagramm
   (d) Kreisdiagramm

3. (a) Im Januar wurde am meisten Öl verbraucht, also war es im Januar wohl am kältesten.
   (b) Im Februar wurden etwa 3750 Liter Öl verbraucht.
   (c) Im März wurden etwa 3250 Liter Öl verbraucht, also zwar weniger als im Februar, aber nicht „ganz wenig“; da die Skala bei 3000 beginnt, wird nur der Eindruck erweckt, der Verbrauch sei sehr gering, obwohl er in Wirklichkeit durchaus hoch war.
   (d) Im März beträgt mit etwa 3200 im Vergleich zu 4000 Liter der Verbrauch etwa $\frac{4}{5} = 80$ % vom Dezember-Verbrauch.
   Würfel mit 4 bzw. 3,2 cm Kantenlänge haben Volumina von $(4\text{ cm})^3 = 64\text{ cm}^3$ bzw. $(3{,}2\text{ cm})^3 = 32{,}768\text{ cm}^3$, dann würde der Eindruck entstehen, der Verbrauch wäre im März etwa halb so groß (statt 80 %), diese Vorgehensweise wäre also nicht richtig.

4. 

(Beachte dabei die richtige Einteilung der x-Achse, dass der Abstand zwischen 2010 und 2017 kürzer ist als der zwischen 1990 und 2000)

5. (a) $\frac{8+12+16+18+17+14+9+4+0+(-1)+0}{11} = \frac{97}{11} = 97 : 11 = 9{,}\overline{81} \approx 9{,}82$.
   (b) $\frac{8+12+16+18+17+14+9+4+0+(-1)+0+x}{12} = 8{,}4$, durch Rückwärtsrechnen ergibt sich $97 + x = 8{,}4 \cdot 12$, also $x = 100{,}8 - 97 = 3{,}8$.

6. Da Sektor B einen 45°-Winkel hat, ist der B-Anteil $\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5$ %.
   Für C sieht man $\frac{1}{2} = 50$ %. Für A bleiben $100\ \% - 12{,}5\ \% - 50\ \% = 37{,}5$ %.
   Stimmenzahl für B: $\frac{1}{8}$ von $24 = 3$, für C $\frac{1}{2}$ von $24 = 12$, für A $24 - 3 - 12 = 9$.
   Richtige Formulierung ist: „A erhielt 25 Prozent**punkte** mehr als B. (Oder: A erhielt 200 % mehr Stimmen als B).

6. Klasse Lösungen — 6
Geltende Ziffern — 10

1. 1 cm auf der Karte entsprechen 25 000 cm = 250 m in der Natur.

   5,7 cm auf der Karte entsprechen $250 \cdot 5{,}7$ m = 1425 m $\approx 1{,}4$ km.

   (Zwei geltende Ziffern, da die ungenaueste Angabe 5,7 zwei geltende Ziffern hat).

2. Vermutlich wurde bei Bayern die Einwohnerzahl auf Hunderttausender, bei Bremen auf Zehntausender gerundet, also bei Bayern $1{,}24 \cdot 10^7$ mit 3 geltenden Ziffern, bei Bremen $6{,}6 \cdot 10^5$ mit 2 geltenden Ziffern.

   Prozentsatz: $\frac{660\,000}{12\,400\,000} = 0{,}0532\ldots \approx 5{,}3$ % (2 geltende Ziffern, da die ungenaueste Angabe [Bremen] 2 geltende Ziffern hat.)

3. Der Unterschied der Uhrzeiten (218 min) ist auf die Minute genau, also 3 geltende Ziffern, ebenso die Entfernung 131 km. Sinnvoll ist also eine Genauigkeit von 3 geltenden Ziffern:
   $$v = \frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}} = \frac{131\,000\text{ m}}{218 \cdot 60\text{ s}} = \frac{131\,000}{13\,080}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 10{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
   $$v = \frac{\text{Strecke}}{\text{Zeit}} = \frac{131\text{ km}}{\frac{218}{60}\text{ h}} = 131 : \frac{218}{60}\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 131 \cdot \frac{60}{218}\,\frac{\text{km}}{\text{s}} = 36{,}1\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

4. (a) $A = 0{,}4 \cdot 2{,}31\text{ m}^2 \approx 0{,}9\text{ m}^2$. (1 geltende Ziffer, da die Länge mit 1 geltenden Ziffer die ungenaueste Angabe ist, d. h. die mit den wenigsten geltenden Ziffern.)

   (b) Flächeninhalt des Trapezes: $A = m \cdot h$ mit Mittellinie $m = \frac{a+c}{2} = \frac{9{,}3+2{,}7}{2}$ cm $= 6$ cm und Fläche $A = 12{,}2\text{ cm}^2$, also $h = A : m = 12{,}2 : 6\text{ cm} = 2{,}0\overline{3}$ cm $= 2{,}0$ cm (2 geltende Ziffern)

5. $G = \frac{g}{b} \cdot B = \frac{271\text{ m}}{0{,}055\text{ m}} \cdot 0{,}024\text{ m} \approx 118\text{ m} \approx 1{,}2 \cdot 10^2\text{ m} = 0{,}12$ km. (2 geltende Ziffern)

6. Rechnung in der Einheit m (bzw. Flächen in m^2).

   Die Schrittlänge liegt im Bereich $[0,75; 0,85[$.

   Grundstückslänge: Mindestens $40 \cdot 0{,}75 = 30$, höchstens $40 \cdot 0{,}85 = 34$

   Grundstücksbreite: Mindestens $25 \cdot 0{,}75 = 18{,}75$, höchstens $25 \cdot 0{,}85 = 21{,}25$.

   Fläche: Mindestens $30 \cdot 18{,}75 = 562{,}5$, höchstens $34 \cdot 21{,}25 = 722{,}5$.

   Preis in Euro: Mindestens $562{,}5 \cdot 130 = 73125$, höchstens $722{,}5 \cdot 130 = 93925$

   Rechnung und schließlich Rundung nach der Faustregel: Grundstückslänge $40 \cdot 0{,}8 = 32$, Breite $25 \cdot 0{,}8 = 20$, Fläche $32 \cdot 20 = 640$, Preis $640 \cdot 130 = 83200$.

   Da 0,8 nur eine geltende Ziffer hat, darf das Ergebnis nur mit einer geltenden Ziffer angegeben werden, also $83200 \approx 8 \cdot 10^4$

   (Umgangssprachlich würde man sagen: Rund 80 000 Euro; der große Bereich von 73125 bis 93925 bestätigt, dass eine genauere Angabe des Ergebnisses eine nicht vorhandene Genauigkeit vortäuschen würde).

6. Klasse Lösungen	06
Kompakt-Überblick zum Grundwissen	**K**

1. $\dfrac{\frac{1}{5}+\frac{2}{15}}{1\frac{1}{2}-\frac{8}{3}} = \dfrac{\frac{3}{15}+\frac{2}{15}}{\frac{9}{6}-\frac{16}{6}} = \dfrac{\frac{5}{15}}{-\frac{7}{6}} = \dfrac{1}{3} : \left(-\dfrac{7}{6}\right) = -\dfrac{1\cdot 6}{3\cdot 7} = -\dfrac{2}{7}$
2. Unter 30 Jahre: 20 % von $1000 = 200$. Davon sind 68 ein Anteil von $\frac{68}{200} = \frac{34}{100} = 34$ %.
3. $(0{,}7 + 0{,}03)\cdot(1{,}1 - 0{,}9) = 0{,}73\cdot 0{,}2 = 0{,}146$
4. $33\frac{5}{66} - 22\frac{5}{36} = 33\frac{5}{2\cdot3\cdot11} - 22\frac{5}{2\cdot2\cdot3\cdot3} = 33\frac{5\cdot2\cdot3}{2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot11} - 22\frac{5\cdot11}{2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot11} = 33\frac{30}{396} - 22\frac{55}{396} =$
   $= 32\frac{426}{396} - 22\frac{55}{396} = 10\frac{371}{396}$
5. (a) $0{,}003 : 0{,}5^2 = 0{,}003 : (\frac{1}{2})^2 = 0{,}003 : \frac{1}{4} = 0{,}003\cdot 4 = 0{,}012 = \frac{12}{1000} = \frac{3}{250}$
   (b) $\dfrac{4}{\frac{9}{2}} = 4 : \dfrac{9}{2} = 4\cdot\dfrac{2}{9} = \dfrac{8}{9} = 0{,}\overline{8}$
   (c) $\frac{1}{32} = 1 : 32 = 0{,}03125 < 0{,}032$ (oder $\frac{1}{32} = \frac{3125}{100000} < \frac{3200}{100000}$)
   (d) $(2\frac{8}{9} - 2 : \frac{3}{4})\cdot(0{,}25 : 4 + \frac{1}{6} : \frac{1}{3})\cdot 9 + 1 = (\frac{26}{9} - \frac{2\cdot4}{3})\cdot(\frac{1}{4\cdot4} + \frac{1}{6}\cdot\frac{3}{1})\cdot 9 + 1 =$
   $= (\frac{26}{9} - \frac{24}{9})\cdot(\frac{1}{16} + \frac{8}{16})\cdot 9 + 1 = \frac{2}{9}\cdot\frac{9}{16}\cdot 9 + 1 = \frac{1}{8}\cdot 9 + 1 = \frac{9}{8} + 1 = 2\frac{1}{8}$
   (e) $(2\cdot 2{,}3 - 7{,}5) : (-100) = (4{,}6 - 7{,}5) : (-100) = (-2{,}9) : (-100) = +0{,}029$
   (f) $(\frac{1}{2})^{-1} + 4{,}7\cdot 10^{-3} = \frac{1}{(\frac{1}{2})^1} + 4{,}7\cdot\frac{1}{10^3} = 1 : \frac{1}{2} + \frac{4{,}7}{1000} = 1\cdot\frac{2}{1} + 0{,}0047 = 2{,}0047$
6. Oberstes Stockwerk: Dreieck $A_1 = \frac{1}{2}\cdot 1{,}7\text{ cm}\cdot 1{,}5\text{ cm} = 1{,}275\text{ cm}^2$.
   Milch/Fleisch: Trapez $A_2 = \frac{1{,}7\text{ cm}+3{,}4\text{ cm}}{2}\cdot 1{,}5\text{ cm} = 2{,}55\cdot 1{,}5\text{ cm}^2 = 3{,}825\text{ cm}^2$
   Obst/Gemüse: Trapez $A_3 = \frac{3{,}4\text{ cm}+5{,}1\text{ cm}}{2}\cdot 1{,}5\text{ cm} = 4{,}25\cdot 1{,}5\text{ cm}^2 = 6{,}375\text{ cm}^2$
   Getreideprodukte: Trapez $A_4 = \frac{5{,}1\text{ cm}+6{,}8\text{ cm}}{2}\cdot 1{,}5\text{ cm} = 5{,}95\cdot 1{,}5\text{ cm}^2 = 8{,}925\text{ cm}^2$

   Gesamtfläche: $A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 20{,}4\text{ cm}^2$

   Prozentualer Anteil des obersten Stockwerks: 5 % von $20{,}4\text{ cm}^2$ wären $1{,}02\text{ cm}^2$; die Flächenanteile stimmen also nicht zu den Prozentangaben.
7. V = Volumen = Grundfläche mal Höhe $= A\cdot h$, also $h = V : A$
   $V = 0{,}8\text{ dm}^3 = 800\text{ cm}^3$; $A = (2\text{ cm})^2 = 4\text{ cm}^2$; $h = 800\text{ cm}^3 : 4\text{ cm}^2 = 200$ cm.

   Oberfläche: $O = 4\cdot 2\cdot 200\text{ cm}^2 + 2\cdot(2\text{ cm})^2 = 1608\text{ cm}^2$.
8. (a) Grundwert: $21 : 0{,}12 = 2100 : 12 = 175$.
   Sektor im Kreisdiagramm: 12 % von $360° = 0{,}12\cdot 360° = 43{,}2°$.
   (b) Prozentsatz: $\frac{4}{7{,}5} = 40 : 75 = 0{,}5\overline{3} = 53{,}\overline{3}$ %
   (c) Fehler: 6 m. Grundwert ist der wahre Wert 24 m. Also $\frac{6}{24} = \frac{1}{4} = 25$ %.
   (d) Der neue Wert entspricht 101,5 % des alten Wertes. Also (in Euro):
   Alter Wert: $576{,}52 : 1{,}015 = 568$. Erhöhung: $576{,}52 - 568 = 8{,}52$
9. (a) $\frac{18+4+9+5{,}5}{4} = 36{,}5 : 4 = 9{,}125$, also arithmetisches Mittel 9,125 g.
   (b) Da sowohl die Länge als auch die Breite mit dem Faktor $\frac{8}{5{,}5} \approx 1{,}5$ entsprechend vergrößert wurden, sind die Flächeninhalte $(\frac{8}{5{,}5})^2 \approx 2{,}1$-mal so groß und nicht 1,5-mal, wodurch ein falscher Eindruck entsteht.
10. Da 1 h = 3600 s, werden in 1 h zurückgelegt: $0{,}0144\cdot 3600\text{ km} = 51{,}84$ km.
    Da $0{,}0144$ drei, aber $1{,}0$ nur zwei geltende Ziffern hat, muss man das Ergebnis auf zwei geltende Ziffern runden: $v = 52\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.