6. Klasse TOP 10 Grundwissen	6
Rechenfertigkeiten im Bruchrechnen	04

Addition/Subtraktion: Wie findet man den Hauptnenner?
Als Hauptnenner benötigt man ein gemeinsames Vielfaches der Nenner, auf das man erweitern kann.

- Manchmal sieht man schnell ein solches gemeinsames Vielfaches; Beispiel: 15 und 10 haben als gemeinsames Vielfaches die 30, also z. B. $\frac{4}{15}+\frac{3}{10}=\frac{8}{30}+\frac{9}{30}=\frac{17}{30}$.
- Ein gemeinsames Vielfaches ist immer das Produkt der beiden Nenner (aber es ist dann nicht immer das bequemste). Beispiel:
  15 und 7 haben $15\cdot 7=105$ als gemeinsames Vielfaches (man muss also den ersten Bruch mit 7 und den zweiten mit 15 erweitern), z. B. $\frac{4}{15}-\frac{1}{7}=\frac{28}{105}-\frac{15}{105}=\frac{13}{105}$.
- Sieht man den gemeinsamen Nenner nicht direkt, kann man eine Primfaktorzerlegung (eventuell im Kopf) machen und für den Hauptnenner alle benötigten Primfaktoren „zusammensammeln". Beispiel:
  15 und 36: Primfaktorzerlegungen: $15=3\cdot 5$, $36=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$. Man beginnt jetzt für die Ermittlung des Hauptnenners mit einem der beiden Nenner, z. B. $15=3\cdot 5$, und betrachtet jetzt den anderen Nenner; hier ist z. B. vom Nenner $36=2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$ eine 3 schon da, man braucht also nur noch die zweite 3 und die beiden Faktoren $2\cdot 2$, also schreibt man weiter: Hauptnenner $=3\cdot 5\cdot 3\cdot 2\cdot 2=180$.
- Kürzen vor der Hauptnenner-Suche spart Arbeit, z. B. $\frac{8}{16}-\frac{27}{81}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$.

Gemischte Zahlen bei Addition/Subtraktion

- Entweder verwandelt man die gemischten Zahlen zuerst in Brüche und rechnet dann weiter. Beispiel: $3\frac{1}{2}-1\frac{4}{5}=\frac{7}{2}-\frac{9}{5}=\frac{35}{10}-\frac{18}{10}=\frac{17}{10}=1\frac{7}{10}$
- Oder man addiert/subtrahiert die Ganzen und die Bruchteile einzeln. Beim Ergebnis man dann eventuell noch ein Ganzes aus dem Bruchteil zu den Ganzen ziehen; beim Subtrahieren muss man eventuell vorher ein Ganzes zu den Bruchteilen ziehen, z. B.
  $23\frac{1}{2}+17\frac{4}{5}=23\frac{5}{10}+17\frac{8}{10}=40\frac{13}{10}=41\frac{3}{10}$
  $23\frac{1}{2}-17\frac{4}{5}=23\frac{5}{10}-17\frac{8}{10}=22\frac{15}{10}-17\frac{8}{10}=5\frac{7}{10}$

Gemischte Zahlen bei Multiplikation/Division
Stets umwandeln in Brüche! Beispiel: $3\frac{1}{8}\cdot 4=\frac{25}{8}\cdot 4=\frac{25\cdot 4}{8}=\frac{25}{2}=12\frac{1}{2}$

Negative Exponenten
$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$, negative Exponenten besagen also, dass es sich um einen Bruch handelt mit der entsprechenden Potenz im Nenner.
Beispiele: $5^{-2}=\frac{1}{5^2}=\frac{1}{25}$ $\quad(\frac{2}{3})^{-1}=\frac{1}{(\frac{2}{3})^1}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=1:\frac{2}{3}=1\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$
Zehnerpotenz: Komma nach links verschieben, z. B. $2{,}3\cdot 10^{-3}=\frac{2{,}3}{10^3}=\frac{2{,}3}{1000}=0{,}0023$.

Vergleichen von Brüchen
Bringt man die Brüche auf den gleichen Nenner, so kann man die Zähler vergleichen. Beispiel (Vergleich von $\frac{4}{7}$ und $\frac{1}{2}$): $\frac{4}{7}=\frac{8}{14}$ $\frac{1}{2}=\frac{7}{14}$; also $\frac{4}{7}>\frac{1}{2}$
Bei gemeinsamem Zähler dagegen ist derjenige Bruch größer, der den kleineren Nenner hat. Beispiel: $\frac{4}{7}>\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ (Klar: Wenn man eine Torte in 7 gleich große Stücke teilt und 4 solche Stücke nimmt, hat man mehr, als wenn in 8 gleich große Stücke geteilt wird).

Weiterhin gelten die von den ganzen Zahlen bekannten Regeln

- Rechnen mit negativen Zahlen, Beispiel: $3\frac{1}{2}-5\frac{2}{3}=\frac{7}{2}-\frac{17}{3}=\frac{21}{6}-\frac{34}{6}=-\frac{13}{6}=-2\frac{1}{6}$
- Punkt vor Strich, Beispiel: $\frac{7}{10}+\frac{13}{10}\cdot\frac{1}{2}=\frac{7}{10}+\frac{13}{20}=\frac{14}{20}+\frac{13}{20}=\frac{27}{20}=1\frac{7}{20}$
- Rechenvorteile, Beispiel: $\frac{3}{8}-\frac{4}{9}+\frac{5}{8}=\frac{3}{8}+\frac{5}{8}-\frac{4}{9}=1-\frac{4}{9}=\frac{5}{9}$ (Kommutativgesetz)
- Berechnung von Potenzen, Beispiel: $6\cdot(\frac{2}{3})^4=6\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=6\cdot\frac{16}{81}=\frac{32}{27}$