

13. Klasse Übungsaufgaben	13
Lagebeziehung Gerade – Gerade	07

1. Weisen Sie die Lagebeziehung für die Geraden aus grund135.pdf nach:

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}.$$

2. Gegeben sind die Geraden aus ueb135.pdf, Aufgabe 1:

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ und } k: \vec{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu, \sigma \in \mathbb{R}.$$

- (a) Warum kann man die Lagebeziehung von g und h schnell sehen?
 (b) Weisen Sie die Lagebeziehung von g und k nach.

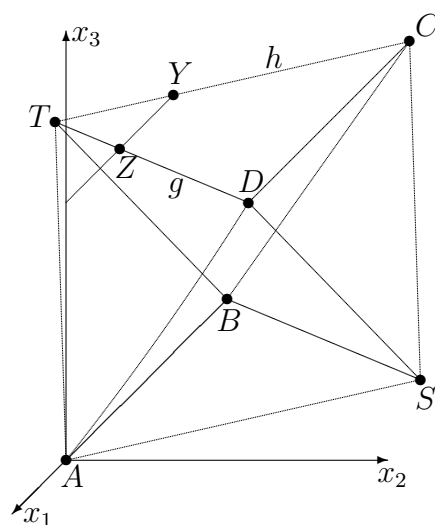
3. Gegeben sind die Geraden $g_1: \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$, $g_2: \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$,
 $g_3: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ und $g_4: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -16 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -9 \end{pmatrix}$, $\lambda, \mu, \sigma, \tau \in \mathbb{R}$.

Untersuchen Sie jeweils die Lagebeziehung:

- (a) g_1 und g_2 ; (b) g_2 und g_3 ; (c) g_3 und g_4 ; (d) g_1 und g_4 ;

falls sich die Geraden schneiden, bestimmen Sie auch den Schnittwinkel; falls die Geraden parallel sind, bestimmen Sie auch den Abstand.

4. Gegeben ist das nebenstehende Oktaeder durch $A(0|0|0)$, $B(-6|0|0)$, $C(-6|2\sqrt{3}|2\sqrt{6})$, $D(0|2\sqrt{3}|2\sqrt{6})$ und $S(-3|3\sqrt{3}|0)$.



- (a) T ist der Schnittpunkt der Geraden g und h , wobei g eine Parallele zu BS durch D ist und h eine Parallele zu AS durch C ist. Bestimmen Sie die Koordinaten von T .

- (b) Die im Bild gezeigte Gerade hat die Gleichung $YZ: \vec{X} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2\sqrt{6} \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\sigma \in \mathbb{R}$.

Zeigen Sie, dass die Gerade YZ und die x_3 -Achse sich schneiden.

Ergänzender Hinweis: Der Abstand der windschiefen Geraden AS und g kann hier leicht bestimmt werden, da AS in der Ebene $x_3 = 0$ und g in der parallelen Ebene $x_3 = 2\sqrt{6}$ liegt. Der Abstand der beiden windschiefen Geraden ist also $2\sqrt{6}$.