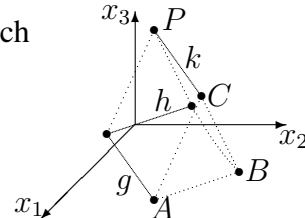


13. Klasse Übungsaufgaben	13
Ebenengleichungen, Kugelgleichungen	05

1. Das nebenstehende am Hang stehende Zelt ist gegeben durch $A(8|5|0)$, $B(5|8|0)$, $C(7|7|5)$, $P(2|2|6)$ sowie die Geraden

$$g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R},$$

$$h: \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \mu \in \mathbb{R}, \text{ und } k: \vec{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \sigma \in \mathbb{R}.$$



Stellen Sie Ebenengleichungen in Parameterform auf:

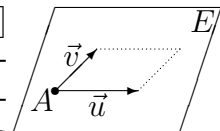
- Ebene E_1 , die durch die Punkte A , B , C gegeben ist.
- Ebene E_2 , die durch die Gerade k und den Punkt B festgelegt ist.
Überzeugen Sie sich zuvor davon, dass der Punkt B nicht auf der Geraden k liegt.
- Ebene E_3 , die durch die beiden echt parallelen Geraden g und k festgelegt ist.
- Ebene E_4 , die durch die sich schneidenden Geraden g und h festgelegt ist.

2. Gegeben sind der Punkt $A(2|-3|1)$ und die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(a) Warum ist $\vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, keine Ebene?

- (b) Betrachten Sie nun die Ebene E mit Aufpunkt A und Richtungsvektoren $\vec{u}$, $\vec{v}$.

Wenn man für die Parameter nur Zahlen aus dem Intervall $[0; 1]$ zulässt, also $\lambda, \mu \in [0; 1]$, so erreicht man nur Punkte im nebenstehend dargestellten von $\vec{u}$ und $\vec{v}$ aufgespannten Parallelogramm. Zeigen Sie durch Einsetzen in die Parameterform, dass



$P(1|-4|3)$ zwar auf E , aber nicht im eben genannten Parallelogramm liegt.

3. Gegeben sind die Punkte $A(3|0|3)$, $B(6|16|5)$, $C(0|4|5)$ und $D(4|-3|2)$.

Erklären Sie, warum man mit dem sog. Spatprodukt $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \circ \vec{AD}$ (siehe grund120.pdf) prüfen kann, ob die Punkte A , B , C , D in einer Ebene liegen.

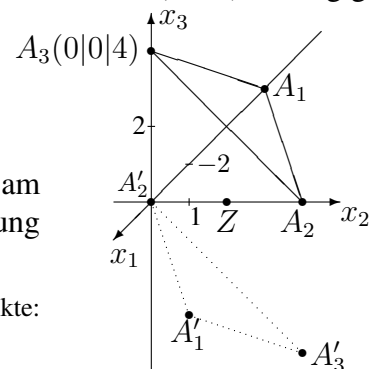
Was bedeutet dies im Fall der hier gegebenen Punkte für die lineare (Un-?)Abhängigkeit der Vektoren $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ und $\vec{AD}$?

4. Gegeben ist die hier dargestellte Ebene E .

- (a) Geben Sie eine Gleichung von E an.

- (b) Spiegeln Sie die Punkte $A_1(-6|0|0)$, A_2 , A_3 am Punkt $Z(0|2|0)$ und stellen Sie damit die Gleichung der gespiegelten Ebene E' auf.

Tipp: Mögliche Vorgehensweise zum Spiegeln der Punkte:
 $\vec{ZA'_1} = \vec{A_1Z}$ mit „Spitze minus Fuß“ nach A'_1 auflösen.



5. Geben Sie die Gleichung der Kugel um $M(3|-5|0)$ mit Radius 6 an, und prüfen Sie, ob der Ursprung $O(0|0|0)$ innerhalb, auf oder außerhalb der Kugel liegt.