



13. Klasse Übungsaufgaben	13
Integralfunktion, Integralanwendungen	02

Weiteres Anwendungsbeispiel → ueb131.pdf, Aufgabe 1 (c), zum graphischen Zeichnen von Stammfunktionen → ueb122.pdf, Aufgabe 6, zum uneigentlichen Integral → ueb132.pdf, Aufgabe 1.

1. Zu betrachten ist die Integralfunktion $I(x) = \int_{\frac{\pi}{2}}^x \cos t \, dt$, $x \in \mathbb{R}$.

Berechnen Sie den Term von $I(x)$.

Zeigen Sie: $I(0) < 0$ (obwohl $\cos t \geq 0$ für $t \in [0; \frac{\pi}{2}]$). Formulieren Sie eine Begründung für diese Beobachtung.

2. Zeigen Sie: $I(x) = x \cdot \ln \frac{x+3}{2x} + 3 \ln(x+3) - 7 \ln 2$ ist der Term der Integralfunktion $I(x) = \int_1^x \ln \frac{t+3}{2t} dt$.

Der Integrand $f(t) = \ln \frac{t+3}{2t}$ hat die Nullstelle $x = 3$. Was folgt daraus für den Graphen von I ?

3. Skizzieren Sie die Graphen zu den Funktionen mit $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)x^2$ und $g(x) = \frac{1}{2}(x^2-4)$ und berechnen Sie

- (a) den Inhalt A_1 der Fläche, die vom Graphen von f und der x -Achse eingeschlossen wird;
- (b) den Inhalt A_2 der Fläche zwischen den Graphen von f und g ;
- (c) $A_3 = \int_1^{2,5} f(x) dx$ und deuten Sie das Vorzeichen hiervon;
- (d) den Inhalt A_4 der Fläche, die von der Tangente an g im Punkt $(-3|2,5)$, der x -Achse und dem Graphen von g eingeschlossen wird;
- (e) b so, dass $\int_0^b g(x) dx = 0$ und deuten Sie die Ergebnisse.

4. $v(t)$ beschreibe die Geschwindigkeit einer Lokomotive zur Zeit t .

Beschreiben Sie die Bedeutung von $A = \int_{-2}^0 v(t) dt$.

Erklären Sie den Verlauf der Integralfunktion mit $I(x) = \int_{-2}^x v(t) dt$ an der Stelle x , wenn dort $v(x) < 0$ gilt.

5. Durch Rotation von $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ -x+4 & \text{für } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$ um die x -Achse entsteht ein Doppelkegel. Berechnen Sie das Volumen des Doppelkegels.

