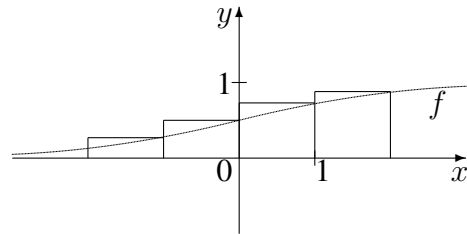


13. Klasse Übungsaufgaben	13
Integration	01

1. Gegeben ist $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ mit dem nebenstehenden Graphen.



- (a) Berechnen Sie für $A = \int_{-2}^2 f(x) dx$ eine Abschätzung nach oben, indem Sie wie in der Abbildung die Streifenflächen berechnen und summieren.

- (b) Berechnen Sie den exakten Wert von A (beachten Sie: Der Zähler ist Ableitung des Nenners, also $f(x)$ von der Bauart $\frac{N'(x)}{N(x)}$).

Um wie viel % weicht die Abschätzung aus Teilaufgabe (a) hiervon ab?

- (c) Die Verkaufszahlen eines bestimmten Autotyps (in 100 000 Stück) im Jahre x (Markteinführung vor zwei Jahren: $x = -2$) werden modellhaft durch die Funktion f beschrieben.

Welche Bedeutung haben dann $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ und $\int_{-2}^2 f(x) dx$ in diesem Kontext?

2. Zu betrachten sind $f(x) = \sin x$, $D_f = [0; \pi]$, und $h(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}x)$, $D_h = [0; 2\pi]$.

Berechnen Sie $\int_0^\pi f(x) dx$ und $\int_0^{2\pi} h(x) dx$.

Begründen Sie einen Vergleich der Ergebnisse, indem Sie beschreiben, wie der Graph von h aus dem Graphen von f erzeugt werden kann.

3. Berechnen Sie:

(a) $\int_{-2}^{-1} \frac{x^3 - x - 5}{x^2} dx$

(b) $\int_0^4 (6\sqrt[3]{x} - 5) dx$

(c) $\int_0^1 x \cdot e^{x^2} dx$

4. Gegeben ist $f(x) = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 0,5$.

- (a) Skizzieren Sie den Graphen und markieren Sie die Flächenstücke, die zum Integral $\int_0^5 f(x) dx$ beitragen.

- (b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der in Teilaufgabe (a) markierten Fläche.

- (c) Berechnen Sie den Wert des Integrals.

- (d) Anstelle von f soll nun die verschobene Funktion mit $h_a(x) = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - a$ mit Parameter $a > 0$ im Intervall $[0; 3]$ betrachtet werden. Dort liegt die Nullstelle $x_1 = \sqrt{2a} + 3$.

Bestimmen Sie die Lösung a der Gleichung A $\int_0^3 h_a(x) dx = 0$.

Die Integrationsregel $\int_0^{\sqrt{2a}+3} h_a(x) dx + \int_{\sqrt{2a}+3}^3 h_a(x) dx = \int_0^3 h_a(x) dx$ ergibt im Fall

von A die Gleichung B $\int_0^{\sqrt{2a}+3} h_a(x) dx = - \int_{\sqrt{2a}+3}^3 h_a(x) dx$.

Interpretieren Sie A und B.