



11. Klasse Übungsaufgaben	11
Koordinatengeometrie: Vektoren	09

1. Gegeben ist die Pyramide $ABCS$ durch die Punkte $A(5|0|0)$, $B(3|4|1)$, $C(1,5|-2|2,5)$ und $S(3|2|5)$, die von den Vektoren $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ und $\vec{w} = \overrightarrow{AS}$ aufgespannt wird. M sei der Mittelpunkt von $[AB]$, der Punkt T teile die Strecke $[CB]$ im Verhältnis $2 : 1$, d. h. es ist $\overrightarrow{CT} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$.

- (a) Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte M und T .
- (b) Stellen Sie die Situation in einem Koordinatensystem zeichnerisch dar.
- (c) Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABCS$ und der Pyramide $MBTS$.
- (d) Drücken Sie den Vektor \overrightarrow{TS} durch \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} aus (d. h. in Form einer sog. Linearkombination $\lambda_1\vec{u} + \lambda_2\vec{v} + \lambda_3\vec{w}$).
Tipp: $\overrightarrow{TS} = \overrightarrow{TB} + \overrightarrow{BS} + \dots$

2. Gegeben ist das Dreieck ABD mit $A(-1|-1|1)$, $B(2|-2|1)$ und $D(2,5|-0,5|1)$.

- (a) Berechnen Sie die Längen der drei Seiten und die drei Innenwinkel.
- (b) Ermitteln Sie die Koordinaten eines Punktes C , so dass $ABCD$ ein Parallelogramm ist.
- (c) Berechnen Sie das Vektorprodukt $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}$. Welche Bedeutung hat dieses Vektorprodukt? Warum war die besondere Lage dieses Vektors bereits aus den gegebenen Koordinaten ersichtlich?
- (d) Das Dreieck ABD wird nun in die x_1x_2 -Grundebene projiziert und somit jetzt das Dreieck $A'B'D'$ mit $A'(-1|-1)$, $B'(2|-2)$, $D'(2,5|-0,5)$ betrachtet.
Welche besondere Rolle spielt für dieses Dreieck der Kreis mit der Gleichung $(x_1 - 0,75)^2 + (x_2 + 0,75)^2 = \frac{25}{8}$?

3. Geben Sie die Gleichung der Kugel um $M(3|-5|0)$ mit Radius 6 an, und prüfen Sie, ob der Ursprung $O(0|0|0)$ innerhalb, auf oder außerhalb der Kugel liegt.

4. Berechnen Sie den Winkel φ zwischen den Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.