



<b>11. Klasse Übungsaufgaben (alter LP)</b>	<b>11</b>
<b>Gebrochen-rationale Funktionen, <math>\lim x \rightarrow x_0</math></b>	<b>01</b>

Weitere Beispiele und Aufgaben  $\rightarrow$  grund87.pdf, grund109.pdf, grund100.pdf, ueb87.pdf, ueb105.pdf Aufgabe 6, ueb107.pdf Aufgaben 5/6, ueb109.pdf Aufgabe 3 und ueb100.pdf.

1. Gegeben ist  $f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 5x}$ .

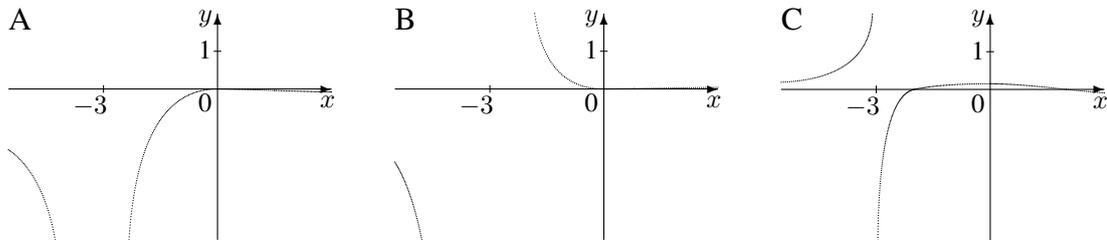
Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0 \pm 0} f(x)$  und  $\lim_{x \rightarrow -5 \pm 0} f(x)$ .

Fertigen Sie eine grobe Skizze des Funktionsgraphen.

2. Formulieren Sie, was die Vielfachheit einer Polstelle über Vorzeichenwechsel an dieser Stelle bedeutet. Untersuchen Sie die folgenden Beispiele:

(a)  $f_1(x) = \frac{-x^2}{3x^2 + 18x + 27}$       (b)  $f_2(x) = \frac{x^2}{(x + 3)^3}$       (c)  $f_3(x) = \frac{4 - x^2}{x^3 + 27}$

Ordnen Sie die folgenden Graphen diesen drei Funktionstermen zu:



3. Rechnen Sie durch Faktorisieren direkt sowie mit Hilfe der  $h$ -Methode nach, dass (siehe grund111.pdf)  $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \frac{x^3 - x^2}{2x^2 - 2} = \frac{1}{4}$ .

4. Berechnen Sie für  $f(x) = \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 3x + 2}$  die Definitionslücken, geben Sie die faktorierte Form und die Vorzeichenbereiche an und untersuchen Sie das Verhalten an der Definitionslücke  $x = 1$  mit der  $h$ -Methode.

5. Geben Sie alle Asymptoten an:

(a)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8x}$       (b)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 8x}$

(c)  $f(x) = \frac{x^3 + 8x}{x^2 - 4} = x + \frac{12x}{x^2 - 4}$

(Überzeugen Sie sich davon, dass die hier angegebene Umformung richtig ist!)

(d)  $f(x) = \frac{1}{x - 1} - \sqrt{2} + 3x$       (e)  $f(x) = \frac{7x^2 - 6x - 3}{2x}$

6. Gegeben ist die Funktionenschar mit dem Parameter  $a \in \mathbb{R}$  durch  $f_a(x) = \frac{-2x^2 + 50}{x^2 + a}$ .

(a) Untersuchen Sie  $f_a$  auf Definitionsbereich und Nullstellen.  
Geben Sie den Schnittpunkt  $Y_a$  mit der  $y$ -Achse an.

(b) Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow \sqrt{-a} \pm 0} f(x)$ , sofern  $a < 0$ .

(c) Fertigen Sie eine Skizze der Funktionsgraphen für  $a = -25$ ,  $a = -16$  und  $a = 25$ .