Lösungen weitere Themen (alter LP) — W
Gleichungen mit Parametern — 04

1. $ax = a - 4$

   Fall 1: $a \neq 0$:
   $x = \frac{a-4}{a}$; $\quad L = \{\frac{a-4}{a}\}$

   Fall 2: $a = 0$:
   $0 = -4$; $\quad L = \{\}$

2. $ax = a + 4x$; $\quad ax - 4x = a$; $\quad (a-4)x = a$

   Fall 1: $a - 4 \neq 0$, d. h. $a \neq 4$:
   $x = \frac{a}{a-4}$; $\quad L = \{\frac{a}{a-4}\}$

   Fall 2: $a - 4 = 0$, d. h. $a = 4$:
   $0 = 4$; $\quad L = \{\}$

3. $ax + 4 = a^2 + 2x$; $\quad ax - 2x = a^2 - 4$; $\quad (a-2)x = a^2 - 4$

   Fall 1: $a - 2 \neq 0$, d. h. $a \neq 2$:
   $x = \frac{a^2-4}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a-2} = a + 2$;
   $L = \{a + 2\}$

   Fall 2: $a - 2 = 0$, d. h. $a = 2$:
   $0 = 4 - 4$; $\quad 0 = 0$;
   $L = \mathbb{Q}$

4. $\frac{xy}{3-x} = 2$; $\quad D = \mathbb{Q}\setminus\{3\}$

   $xy = 2(3-x)$; $\quad xy = 6 - 2x$; $\quad xy + 2x = 6$; $\quad (y+2)x = 6$

   Fall 1: $y + 2 \neq 0$, d. h. $y \neq -2$:
   $x = \frac{6}{y+2}$.
   Für Spezialisten sei noch bemerkt, dass für $y = 0$ dieser Wert gleich 3 und damit nicht in der Definitionsmenge ist.

   Fall 2: $y + 2 = 0$, d. h. $y = -2$:
   $0 = 6$; keine Lösung für x.

5. $\frac{xy}{3-x} = 2$; $\quad xy = 2(3-x)$; $\quad xy = 6 - 2x$

   Fall 1: $x \neq 0$:
   $y = \frac{6-2x}{x}$

   Fall 2: $x = 0$:
   $0 = 6$; keine Lösung für y.

6. $\frac{r^2}{r+9x} = \frac{1}{x}$; $\quad D = \mathbb{Q}\setminus\{-\frac{r}{9}; 0\}$

   $r^2x = r + 9x$

   $(r^2 - 9)x = r$

   Fall 1: $r^2 - 9 \neq 0$, d. h. $r \neq \pm 3$:

   $x = \frac{r}{r^2-9}$

   Für Spezialisten sei bemerkt, dass sich die leere Menge als Lösungsmenge ergibt, falls dieser Ausdruck gleich $-\frac{r}{9}$ oder gleich 0 ist. Ersteres führt auf $\frac{r}{r^2-9} = -\frac{r}{9}$; $9 = -(r^2 - 9)$; $r^2 = 0$; $r = 0$, zweites auf $\frac{r}{r^2-9} = 0$ und damit ebenfalls auf $r = 0$; für $r = 0$ ergibt sich also die leere Menge als Lösungsmenge.

   Fall 2: $r^2 - 9 = 0$, d. h. $r = 3$ oder $r = -3$.

   $0 = \pm 3$; $\quad L = \{\}$. Also ergibt sich für $r = \pm 3$ die leere Menge als Lösungsmenge.