



Lösungen weitere Themen (alter LP)	W
Hebbare Definitionslücken	23

1. Direkt mit Faktorisieren: $f(x) = \frac{x^2(x-1)}{2(x+1)(x-1)} = \frac{x^2}{2(x+1)}$. $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} f(x) = \frac{(1 \pm 0)^2}{2 \cdot (1 \pm 0 + 1)} = \frac{1}{4}$.

h -Methode ohne Faktorisieren: $\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} f(1 \pm h) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(1 \pm h)^3 - (1 \pm h)^2}{2(1 \pm h)^2 - 2} =$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 \pm 3h + 3h^2 \pm h^3 - 1 \mp 2h - h^2}{2(1 \pm 2h + h^2) - 2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(\pm 1 + 2h \pm h^2)}{h(\pm 4 + 2h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\pm 1 + 2h \pm h^2}{\pm 4 + 2h} = \frac{\pm 1}{\pm 4} = \frac{1}{4}$.

2. Definitionslücken: $x^2 - 3x + 2 = 0$ ergibt $x_1 = 2, x_2 = 1$.

Faktorierte Form: $f(x) = \frac{2(x+1)(x-1)}{(x-2)(x-1)} = \frac{2(x+1)}{x-2}$.

Vorzeichenbereiche: $f > 0$ $f < 0$ $f < 0$ $f > 0$

$\begin{array}{ccccccc} & & -1 & & 1 & & 2 \\ & & \text{Nullstelle} & & \text{hebbare Def.lücke} & & \text{Def.lücke} \end{array}$

$\lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(1 \pm h)^2 - 2}{(1 \pm h)^2 - 3(1 \pm h) + 2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\pm 4h + 2h^2}{\mp h + h^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(\pm 4 + 2h)}{h(\mp 1 + h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\pm 4 + 2h}{\mp 1 + h} = -4$