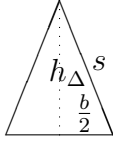
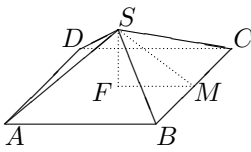




<b>9. Klasse Lösungen</b>	<b>9</b>
<b>Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel</b>	<b>09</b>

1. (a)  Mit Pythagoras berechnet man die Höhe  $h_{\Delta}$  des Grundflächen-Dreiecks:  $h_{\Delta} = \sqrt{s^2 - (\frac{b}{2})^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ . (Alle Maße in cm.)  
 Also  $G = \frac{1}{2}bh_{\Delta} = 2\sqrt{2}$ ;  $V = Gh = 2\sqrt{2} \cdot 5 = 10\sqrt{2} \approx 14,1$ .  
 $O = 2G + uh = 2 \cdot 2\sqrt{2} + (3 + 3 + 2) \cdot 5 = 40 + 4\sqrt{2} \approx 45,7$ .

(b)  $V = r^2\pi h = 3^2\pi \cdot 5 = 45\pi \approx 141,4$ .  
 $O = 2r\pi h + 2r^2\pi = 2 \cdot 3\pi \cdot 5 + 2 \cdot 3^2\pi = 48\pi \approx 150,8$

- (c)   $V = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3} \cdot 24^2 \cdot 5 = 960$   
 Höhe  $h_{\Delta} = \overline{SM}$  des Seitenflächen-Dreiecks aus dem Stützdreieck  $FMS$ :  $\overline{MS} = \sqrt{\overline{FM}^2 + \overline{SF}^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ .  
 $O = 4A_{\Delta} + G = 4 \cdot \frac{1}{2}\overline{BC}h_{\Delta} + G = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 13 + 24^2 = 1200$ .

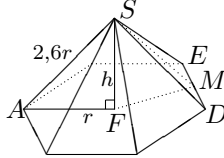
(d)  $V = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{1}{3} \cdot 3^2\pi \cdot 5 = 15\pi \approx 47,1$ ;  $m = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{34}$   
 $O = \pi r m + r^2\pi = \pi \cdot 3 \cdot \sqrt{34} + 3^2\pi = (3\sqrt{34} + 9)\pi \approx 83,2$

2. Der Körper setzt sich zusammen aus einem Kegel mit Radius  $r_K = 2a$  und Höhe  $h_K = a$  plus einem großen Zylinder mit Radius  $R_Z = 2a$  und Höhe  $H_Z = a$  minus einem kleinen Zylinder mit Radius  $r_z = a$  und Höhe  $h_z = a$ :

$$V = \frac{1}{3}r_K^2\pi h_K + R_Z^2\pi H_Z - r_z^2\pi h_z = \frac{1}{3}(2a)^2\pi a + (2a)^2\pi a - a^2\pi a = \frac{13}{3}a^3\pi$$

3.  $r = \frac{h}{2}$ .  $V = \frac{1}{3}r^2\pi h = \frac{1}{3}(\frac{h}{2})^2\pi h = \frac{\pi}{12}h^3 = 1 \text{ dm}^3$ , also  $h = \sqrt[3]{\frac{12}{\pi}} \text{ dm} \approx 15,6 \text{ cm}$ .

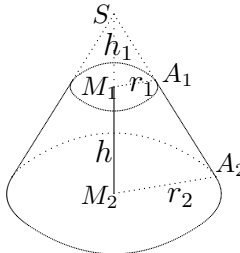
Aus „Bogenlänge gleich Grundkreisumfang“,  $b = \frac{\alpha}{360^\circ}2m\pi = 2r\pi$ , folgt mit  $r = \frac{h}{2}$  und  $m = \sqrt{h^2 + (\frac{h}{2})^2} = \sqrt{\frac{5}{4}}h$ :  $\frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \sqrt{\frac{5}{4}}h = \frac{h}{2}$ , also  $\alpha = \frac{360^\circ}{\sqrt{5}} \approx 161^\circ$ .

4.  Stützdreieck  $AFS$ :  $h^2 + r^2 = (2,6r)^2$ , also  $h^2 = 5,76r^2$ ,  $h = 2,4r$ .  
 Die Grundfläche  $G$  besteht aus sechs gleichseitigen Dreiecken mit Fläche  $A_{\Delta} = \frac{1}{2}\overline{DE} \cdot \overline{FM} = \frac{1}{2}r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}r = \frac{\sqrt{3}}{4}r^2$ . Also  
 $V = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}r^2 \cdot 2,4r = 1,2\sqrt{3}r^3$ .

Winkel  $\varphi = \sphericalangle FAS$  der Seitenkante zur Grundfläche aus dem Stützdreieck  $FAS$ :

$$\cos \varphi = \frac{\overline{AF}}{\overline{AS}} = \frac{r}{2,6r} \approx 0,385$$
, also  $\varphi \approx 67,4^\circ$ .

Seitenflächen-Winkel  $\psi = \sphericalangle FMS$  aus  $\Delta FMS$ :  $\tan \psi = \frac{\overline{FS}}{\overline{FM}} = \frac{2,4r}{\frac{\sqrt{3}}{2}r} \approx 2,77$ ;  $\psi \approx 70,2^\circ$ .

5.  Ergänzt man den Kegelstumpf zu einem Kegel, so erhält man ähnliche Dreiecke: Die Strecken im Dreieck  $M_1A_1S$  verhalten sich wie die entsprechenden Strecken im Dreieck  $M_2A_2S$ :  $\frac{r_1}{h_1} = \frac{r_2}{h+h_1}$ .  
 Kreuzweise multiplizieren:  $r_1(h+h_1) = r_2h_1$   
 $r_1h + r_1h_1 = r_2h_1$ ;  $r_1h = r_2h_1 - r_1h_1$ ;  $h_1 = \frac{r_1h}{r_2-r_1} = \frac{3 \cdot 2}{5-3} = 3$   
 $V_{K.stumpf} = V_{\text{ganzer K.}} - V_{\text{oberer K.}} = \frac{1}{3}r_2^2\pi(h+h_1) - \frac{1}{3}r_1^2\pi h_1 \approx 102,6$

6. Eine aus dem „halben“ Netz hergestellte Pyramide hat quadratische Grundfläche mit Diagonalenlänge  $\sqrt{2}k$ , also ergibt sich im eingezeichneten Stützdreieck mit Pythagoras:  $(\frac{\sqrt{2}k}{2})^2 + h^2 = k^2$ , somit  $h = \sqrt{\frac{1}{2}k} \approx 0,71k$ .

