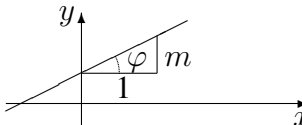
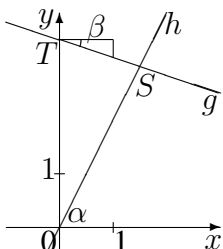




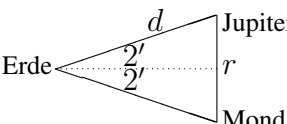
9. Klasse Lösungen	9
sin, cos, tan im rechtwinkligen Dreieck	08

1. (a) $\alpha = 180^\circ - \gamma - \beta = 180^\circ - 90^\circ - 57^\circ = 33^\circ$ (Winkelsumme im Dreieck)
 $\sin \beta = \frac{b}{c}$, also $b = c \sin \beta = 4 \sin 57^\circ \approx 3,35$
 $\cos \beta = \frac{a}{c}$, also $a = c \cos \beta = 4 \cos 57^\circ \approx 2,18$ (oder Pythagoras: $a = \sqrt{c^2 - b^2}$)
- (b) $\beta = 180^\circ - \gamma - \alpha = 180^\circ - 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$
 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$, also $c = \frac{a}{\sin \alpha} \approx 66,38$; $\tan \alpha = \frac{a}{b}$, also $b = \frac{a}{\tan \alpha} \approx 60,64$
- (c) $a^2 + b^2 = c^2$, also $b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{0,35^2 - 0,1^2} \approx 0,34$
 $\sin \alpha = \frac{a}{c} \approx 0,29$, also $\alpha \approx 16,60^\circ$; $\cos \beta = \frac{a}{c} \approx 0,29$, also $\beta \approx 73,40^\circ$

2. (a)  Die Gerade $y = mx + t$ mit Steigung m hat als Steigungsdreieck „1 nach rechts, m nach oben“. Man liest dort ab: $\tan \varphi = \frac{m}{1} = m$.

- (b)  Für Gerade h folgt wegen der Steigung $m = 2$ aus $\tan \alpha = 2$ ein Neigungswinkel $\alpha \approx 63,43^\circ$.
 Somit ist $\sphericalangle SOT = 90^\circ - \alpha \approx 26,57^\circ$.
 Für Gerade g folgt wegen des Steigungsdreiecks (3 nach rechts, 1 nach unten) aus $\tan \beta = \frac{1}{3}$ ein Winkel $\beta \approx 18,43^\circ$.
 Somit ist $\sphericalangle OTS = 90^\circ - \beta \approx 71,57^\circ$.
 Winkelsumme im Dreieck: $\sphericalangle TSO \approx 81,86^\circ$

3. $\triangle ABC$: $\tan \alpha = \frac{BC}{AB}$, also $BC = AB \tan \alpha \approx 10,38$
 $\triangle ABD$: $\tan \beta = \frac{AD}{AB}$, also $AD = AB \tan \beta \approx 8,34$
 Pythagoras im $\triangle DFC$: $x = \sqrt{DF^2 + FC^2} \approx \sqrt{7^2 + (BC - AD)^2} \approx 7,29$

4.  Halbiert man nebenstehendes gleichschenkliges Dreieck, so erkennt man: $\sin 2' = \frac{r/2}{d}$, somit ergibt sich als Entfernung r von noch getrennt wahrnehmbaren Lichtpunkten:
 $r = 2d \sin 2' = 2 \cdot 800 \cdot 10^6 \cdot \sin(\frac{2}{60})^\circ \text{ km} \approx 930\,000 \text{ km}$.

Somit könnten theoretisch Ganymed und Kallisto noch getrennt gesehen werden.

5. Es ist $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{2}$, $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{1}{2}\sqrt{3}$.
- (a) $\tan 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$; $\tan 45^\circ = \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$
 $1 + \tan^2 30^\circ = 1 + (\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = \frac{4}{3}$; $1 + \tan^2 45^\circ = 2$
- (b) $1 + \tan^2 \alpha = 1 + (\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha})^2 = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
 $1 + \tan^2 30^\circ = \frac{1}{\cos^2 30^\circ} = \frac{1}{(\frac{1}{2}\sqrt{3})^2} = \frac{4}{3}$; $1 + \tan^2 45^\circ = \frac{1}{(\frac{1}{2}\sqrt{2})^2} = 2$

6. $\triangle EMG$: Rechter Winkel bei E ; $\overline{EG} = \sqrt{2}a$ (Diagonale im Quadrat \rightarrow grund93.pdf).
 Pythagoras also: $\overline{MG} = \sqrt{\overline{ME}^2 + \overline{EG}^2} = \sqrt{(\frac{a}{2})^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + 2a^2} = 1,5a$.
 Ebenso $\triangle NBG$: $\overline{NG} = 1,5a$. Also ist $\triangle MNG$ gleichschenkelig.
 Ferner: $\overline{MN} = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a$ (denn $[MN]$ ist Diagonale eines Quadrats mit Seitenlänge $\frac{a}{2}$).
 Sei L der Mittelpunkt von $[MN]$. Dann ist $\overline{ML} = \frac{1}{2}\overline{MN} = \frac{1}{4}\sqrt{2}a$.
 $\triangle MLG$: $\cos \mu = \frac{\overline{ML}}{\overline{MG}} = \frac{0,25\sqrt{2}a}{1,5a} = \frac{1}{6}\sqrt{2}$. Somit $\mu \approx 76,37^\circ$.