



9. Klasse Lösungen	9
Quadratische Funktionen: Scheitel	05

1.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad y &= x^2 - 3x - \frac{3}{4} = \\ &= (x - 1,5)^2 - 2,25 - \frac{3}{4} = \\ &= (x - 1,5)^2 - 3. \quad \text{Also } S(1,5|-3). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad y &= -\frac{1}{4}[x^2 - 24x + 44] = \\ &= -\frac{1}{4}[(x - 12)^2 - 144 + 44] = \\ &= -\frac{1}{4}(x - 12)^2 + 25. \quad \text{Also } S(12|25). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad 0,5x^2 + 4x - 24 = 0 \text{ liefert} \\ x_{1/2} &= \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 0,5 \cdot 24}}{2 \cdot 0,5} = -4 \pm 8. \\ \text{Mitte, also Scheitel, bei } x &= -4. \\ \text{y-Wert: } y &= 0,5(-4)^2 + 4 \cdot (-4) - \\ &= 24 - 16 - 16 = -8. \quad \text{Also } S(-4|-8). \end{aligned}$$

2.

$$y = -(x - 5)^2 + 2 = -x^2 + 10x - 23$$

3.

Wegen $y = 3x^2 - 18x + 27 = 3[x^2 - 6x + 9] = 3(x - 3)^2$ und $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 = \frac{1}{3}[x^2 - 6x + 9] = \frac{1}{3}(x - 3)^2$ haben beide Parabeln den gleichen Scheitel $S(3|0)$; beide sind nach oben geöffnet, lediglich die erste enger, die zweite weiter.

4.

$$\text{Ansatz: } y = ax^2 + bx + c.$$

Einsetzen der gegebenen Punkte:

$$A: -38 = a - b + c \quad | \cdot (-1)$$

$$B: -18 = a + b + c \quad | \cdot 1$$

$$C: \frac{-6 = 9a + 3b + c}{20 = 2b, \text{ also } b = 10.}$$

Einsetzen in obige Gleichungen A und C:

$$-38 = a - 10 + c \quad | \cdot (-1)$$

$$-6 = 9a + 30 + c \quad | \cdot 1$$

$$32 = 8a + 40, \text{ also } -8 = 8a; a = -1.$$

Einsetzen in $-38 = a - 10 + c$ liefert:

$$-38 = -1 - 10 + c, \text{ also } c = -27.$$

Die Funktionsgleichung lautet also

$$y = -x^2 + 10x - 27.$$

Wegen $-x^2 + 10x - 27 = -[x^2 - 10x + 27] = -[(x - 5)^2 + 2] = -(x - 5)^2 - 2$ liegt der Scheitel bei $S(5|-2)$.

5.

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 2s &= 1 + 2 + \dots + 99 + \\ &\quad + 99 + 98 + \dots + 1 = \\ &\quad 100 + 100 + \dots + 100 = 100 \cdot 99 = \\ &\quad = 9900; \end{aligned}$$

$$\text{Also } s = 1 + \dots + 99 = \frac{9900}{2} = 4950.$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 2s &= 1 + \dots + x + \\ &\quad + x + \dots + 1 = \\ 1 + x + \dots + 1 + x &= (1 + x) \cdot x; \end{aligned}$$

$$\text{also } s = 1 + \dots + x = \frac{x(1+x)}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad y &= \frac{1}{2}x(x+1) \text{ hat die Nullstellen } x = 0, \\ x &= -1, \text{ der Scheitel liegt also in der} \\ \text{Mitte bei } x &= -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{y-Wert: } y &= \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2} + 1\right) = -\frac{1}{8}. \\ \text{Also } S\left(-\frac{1}{2} \mid -\frac{1}{8}\right). \end{aligned}$$

6.

G: Fläche $A = ab$

N: Ähnlichkeit des ganzen Dreiecks und des schraffierten kleinen Dreiecks liefert die angegebenen Verhältnisse.

$$A: b = \frac{29,7}{21} \cdot (21 - a)$$

$$\begin{aligned} D: A = ab &= a \cdot \frac{29,7}{21} \cdot (21 - a) = \\ &= a(29,7 - \frac{29,7}{21}a) = -\frac{29,7}{21}a^2 + 29,7a. \end{aligned}$$

Umbenennung $a \leftrightarrow x, A \leftrightarrow y$ liefert die Funktionsgl. $y = -\frac{29,7}{21}x^2 + 29,7x$.

E: Die Nullstellen liegen bei $x = 0$ und $x = 21$, Scheitel also bei $x = 10,5$. Da die Parabel nach unten geöffnet ist, liegt hier der höchste Punkt, d. h. hier ergibt sich der größte y-Wert (also wie gewünscht die größte Rechtecksfläche). Man wähle also $a = 10,5$.