



9. Klasse Lösungen	9
Lösen von Gleichungen	10

Typ	Name	Lösungsverfahren	Beispiel
$4x + 4 = -4x + 8$	Lineare Gleichung	x -Glieder auf eine Seite, Rest auf die andere	$4x + 4x = 8 - 4$ $8x = 4; x = \frac{1}{2}; L = \{\frac{1}{2}\}$
$5 = 5$	Allgemeingültig	Alle erlaubten x sind Lösung	$L = D$ bzw. $L = \mathbb{R}$
$0 = 5$	Unerfüllbar	Keine Lösung	$L = \{\}$
$x^2 - 8x - 20 = 0$	Quadratische Gleichung in Normalform	p, q -Formel $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$ (oder allg. Formel mit $a = 1$)	$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16 + 20}$ $x_1 = -2; x_2 = 10$ $L = \{-2; 10\}$
$9x^2 + 12x + 4 = 8x + 9$	Allgemeine quadratische Gleichung	Nach 0 auflösen; Mitternachtsformel $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$9x^2 + 4x - 5 = 0$ $x_{1/2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 9 \cdot 5}}{2 \cdot 9} = \frac{-4 \pm 14}{18}$ $x_1 = \frac{5}{9}; x_2 = -1$ $L = \{-1; \frac{5}{9}\}$
$9x^2 + 3 = 7$	Reinquadratische Gleichung	Nach x^2 auflösen. Keine, eine oder zwei Lösungen!	$x^2 = \frac{4}{9}$ $x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{4}{9}} = \pm \frac{2}{3}$ $L = \{-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\}$
$x^2 - 2x = 0$	Qu. Gl. ohne Konstante (nur wenn rechte Seite = 0 ist!)	x ausklammern; ein Produkt ist 0, wenn einer der Faktoren 0 ist	$x(x - 2) = 0$ $x = 0$ oder $x - 2 = 0$ $x_1 = 0, x_2 = 2$ $L = \{0; 2\}$
$x^4 - 8x^2 - 20 = 0$	Biquadr. Gleichung	Substitution $u = x^2$	$u^2 - 8u - 20 = 0$ $u_1 = -2; u_2 = 10;$ $x_{1/2} \swarrow, x_{3/4} = \pm \sqrt{10}$ $L = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$
$x^3 = 512$	Reine Potenzgleichung	Umkehroperation hoch 3 \leftrightarrow hoch $\frac{1}{3}$	$x = 512^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{512} = 8$ $L = \{8\}$
$1 - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2 - x}$	Allgemeine Bruchgleichung	Nenner faktorisieren; mit Hauptnenner multiplizieren; Definitionsmenge!	Nenner $x^2 - x = x(x - 1)$ $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ $HN = x(x - 1)$ $x(x - 1) - (x - 1) = 1$ $x^2 - 2x = 0$ $x = 0$ ($\notin D$) oder $x = 2$ $L = \{2\}$.
$\frac{4}{3x - 4} = \frac{1}{x + 2}$	Bes. Bruchgl.: li. und re. Seite nur ein Bruch	Kreuzweise multiplizieren. Definitionsmenge!	$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; \frac{4}{3}\}$ $4(x + 2) = 3x - 4$ $x = -12; L = \{-12\}$
$\sqrt{8x + 9} - 2 = 3x$	Wurzelgleichung	Definitionsmenge! Wurzel isolieren; quadrieren; Probe!	$D = [-\frac{9}{8}; \infty[$ $\sqrt{8x + 9} = 3x + 2$ $8x + 9 = 9x^2 + 12x + 4$ $x_1 = \frac{5}{9} (\checkmark), x_2 = -1 (\swarrow)$ $L = \{\frac{5}{9}\}$
$\cos \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{2}$	Trigonometr. Gleichung	Taschenrechner (SHIFT) \cos^{-1}	$\alpha = 45^\circ$ Näheres \rightarrow 10. Klasse!