9. Klasse Lösungen	9
Wurzeln	**01**

1. (a) $x - 36 \geq 0$: $x \geq 36$; $D = [36; \infty[$.
   (b) $36 + x^2$ ist wegen des Quadrats stets > 0, also $D = \mathbb{R}$.
   (c) $x + 36 > 0$: $x > -36$; $D =]-36; \infty[$.
   (d) $x^2 - 36 \geq 0$, d. h. $x \geq 6$ oder $x \leq -6$; $D =]-\infty; -6] \cup [6; \infty[$

2. (a) $\sqrt{5 \cdot 100} + 3\sqrt{2 \cdot 49} - 5\sqrt{4 \cdot 2} - 3\sqrt{9 \cdot 5} = 10\sqrt{5} + 21\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 9\sqrt{5} =$
   $= \sqrt{5} + 11\sqrt{2}$
   (b) $\sqrt{64k^2} = 8|k|$
   (c) $\left(\frac{\sqrt{x^5y}}{\sqrt{5a}} : \frac{\sqrt{x^3y^3}}{\sqrt{a^2}} \right) \cdot \frac{\sqrt{25x}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{x^5y \cdot a^2}\sqrt{25x}}{\sqrt{5a \cdot x^3y^3}\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{x^5ya^2 \cdot 25x}{5ax^3y^3a}} = \sqrt{\frac{5x^3}{y^2}} =$
   $= \frac{x}{y}\sqrt{5x}$
   (d) $(\sqrt[6]{8} \cdot 8^{\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{1}{6}} \cdot 8^{\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}})^4 = (8^{\frac{2}{3}})^4 = 8^{\frac{8}{3}} = (8^{\frac{1}{3}})^8 = (\sqrt[3]{8})^8 = 2^8 = 256$
   (e) $\sqrt{x^{\frac{1}{6}}x^{-\frac{1}{2}}} = \sqrt{x^{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}}} = \sqrt{x^{-\frac{1}{3}}} = \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{6}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x}}$

3. (a) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
   (b) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{125}) \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{625}}{5} = \frac{\sqrt{10} - 25}{5} = \frac{\sqrt{10}}{5} - 5$

4. (a) $\frac{-14 \pm \sqrt{196 - 32}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{164}}{2} = \frac{-14 \pm \sqrt{4 \cdot 41}}{2} = \frac{-14 \pm 2\sqrt{41}}{2} =$
   $= -7 \pm \sqrt{41}$
   (b) $x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 8 \cdot 7}}{2\sqrt{7}} = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2\sqrt{7}} = \frac{-5 \pm 9}{2\sqrt{7}}$.
   $x_1 = \frac{-5-9}{2\sqrt{7}} = \frac{-14}{2\sqrt{7}} = \frac{-14\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{-14\sqrt{7}}{2 \cdot 7} = -\sqrt{7}$
   $x_2 = \frac{-5+9}{2\sqrt{7}} = \frac{4}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$

5. Bei $\pm$ oder $\mp$ gehören jeweils die oberen Vorzeichen bzw. nur die unteren Vorzeichen zusammen. Bei Unsicherheiten schreibe man zuerst die Ausdrücke nur mit den oberen Vorzeichen.
   $f(x) = 2\left(\frac{7 \pm \sqrt{55}}{2}\right)^2 - 6 \cdot \frac{7 \pm \sqrt{55}}{2} - \frac{3}{2} = 2 \cdot \frac{49 \pm 14\sqrt{55} + 55}{4} - \frac{42 \pm 6\sqrt{55}}{2} - \frac{3}{2} =$
   $= \frac{49 \pm 14\sqrt{55} + 55 - 42 \mp 6\sqrt{55} - 3}{2} = \frac{59 \pm 8\sqrt{55}}{2}$
   $g(x) = \left(\frac{7 \pm \sqrt{55}}{2}\right)^2 + \frac{7 \pm \sqrt{55}}{2} = \frac{49 \pm 14\sqrt{55} + 55}{4} + \frac{14 \pm 2\sqrt{55}}{4} = \frac{59 \pm 8\sqrt{55}}{2}$
   Interpretation: Die durch f und g gegebenen Funktionen haben die Punkte mit diesen x-Werte als gemeinsame (Schnitt-)Punkte.

6. Intervallschachtelung: Wegen $1{,}41^2 = 1{,}9881$ und $1{,}42^2 = 2{,}0164$ liegt $\sqrt{2}$ zwischen $1{,}41$ und $1{,}42$. Probieren mit $1{,}415^2 = 2{,}002225$, $1{,}413^2 = 1{,}996569$ und $1{,}414^2 = 1{,}999396$ zeigt, dass $\sqrt{2}$ zwischen $1{,}414$ und $1{,}415$ liegt, also $\sqrt{2} = 1{,}414\ldots$