



13. Klasse Lösungen	13
Geradengleichungen	04

1.

Q liegt nicht auf g , denn:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = -1$$

✓
✗

$R(0|2|1)$ liegt auf g , denn:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = -2$$

Probe: passt!
Probe: passt!

S liegt nicht auf g , denn:

$$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \lambda = 3$$

✗

Für die x_3 -Koordinate von T gilt: $0 = -1 - \lambda$, also $\lambda = -1$, also $T(1|4|0)$.

2.

$$AB : \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

C liegt auf g : Wähle $\lambda = \frac{2}{3}$.

D liegt auf g : Wähle $\lambda = -2,5$.

3.

$$AB : \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Ansatz: $F(-1 + 3\lambda | -1 - \lambda | 1)$.

$$DF \perp g, \text{ also } \begin{pmatrix} -1 + 3\lambda - 2,5 \\ -1 - \lambda + 0,5 \\ 1 - 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0.$$

$$(-3,5 + 3\lambda) \cdot 3 + (-0,5 - \lambda) \cdot (-1) + 0 = 0.$$

$$-10 + 10\lambda = 0. \lambda = 1. \text{ Also } F(2 | -2 | 1).$$

$$\text{Abstand } d(D, AB) = |\overrightarrow{DF}| =$$

$$= \sqrt{(2 - 2,5)^2 + (-2 + 0,5)^2 + (1 - 1)^2} = \sqrt{2,5}.$$

Dreiecksfläche A_{ABD} : $\overrightarrow{DF}$ ist die Höhe im Dreieck ABD auf der Grundlinie $\overline{AB}$, also

$$A_{ABD} = \frac{1}{2} |\overline{AB}| \cdot |\overrightarrow{DF}| =$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{3^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{2,5} = \frac{5}{2}.$$

Gleiches Ergebnis bei Berechnung mit dem Vektorprodukt: $A_{ABD} = \frac{1}{2} |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| = \frac{5}{2}.$

4.

(a) Aufpunkt $(0|0|0)$, also ist g eine Gerade durch den Ursprung des Koordinatensystems.

(b) x_2 -Komponente konstant 5, also ist h parallel zur x_1x_3 -Ebene.

5.

(a) Die Punktkoordinaten können direkt in eine Geradengleichung übertragen werden („allgemeiner Geradenpunkt rückwärts“):

$$g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \\ 12 \end{pmatrix} + a \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

(b) Die drei Punkte haben jeweils gleichen Abstand voneinander.

Mögliche Formulierungen:

$P_{0,5}$ ist Mittelpunkt von P_0 und P_1 .

P_{-1} ist der Spiegelpunkt von P_1 bei Spiegelung am Punkt P_0 .

6.

(a) Die x_3 -Koordinate wird 0:

$$p : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \tau \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \tau \in \mathbb{R}.$$

(b) y -Achsenabschnitt $(0|2,5)$ als Aufpunkt. Wegen Steigung $-\frac{1}{2}$ Richtungsvektor „2 nach rechts, 1 nach unten“, also

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2,5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Dies ist übrigens die in die x_1x_2 - bzw. xy -Grundebene eingebettete Gerade aus Teilaufgabe (a), denn der Punkt $(0|2,5|0)$ liegt auf p , wie man mit $\tau = -1,5$ sieht.