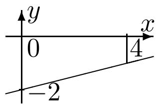
12. Klasse Lösungen	12
Kompakt-Überblick zum Grundwissen	**K**

1.
(a) Schnittstellen: $f(x)=g(x)$; $\frac{1}{2}x^3+x^2=0$; $x^2(\frac{1}{2}x+1)=0$; $x_{1/2}=0$, $x_3=-2$
$\int_{-2}^{0}(f(x)-g(x))dx=\int_{-2}^{0}(\frac{1}{2}x^3+x^2)dx$
$=[\frac{1}{8}x^4+\frac{1}{3}x^3]_{-2}^{0}=0-(2-\frac{8}{3})=\frac{2}{3}$
(b) Bruch auseinanderziehen und $\frac{1}{x^2}=x^{-2}$ schreiben: $\int\frac{2x+1}{x^2}dx=\int(\frac{2}{x}+x^{-2})dx=$
$=2\ln|x|-x^{-1}+C$



(c) Trapezfläche unterhalb der x-Achse mit Mittellinie 1,5 u. Höhe 4, Integralwert also $-\frac{3}{2}\cdot 4=-6$.

2.
$I(x)=[e^t-\frac{1}{2}t^2]_0^x=e^x-\frac{1}{2}x^2-1$,
$I'(x)=e^x-x$ (klar nach HdI),
$I''(x)=e^x-1$, $I''(x)=0$ ergibt $x=0$.

$I''<0$		$I''>0$	$I(0)=0$, also
rechts-	0	links-gekrümmt	WP$(0\|0)$

3.
(a) $B(3;\frac{1}{3};2)+B(3;\frac{1}{3};3)=0{,}25926$
(b) $\frac{\binom{4}{2}\cdot\binom{8}{1}}{\binom{12}{3}}+\frac{\binom{4}{3}\cdot\binom{8}{0}}{\binom{12}{3}}=0{,}23636$
(c) $E(X)=3\cdot\frac{1}{3}=1$,
$\sigma=\sqrt{V(x)}=\sqrt{3\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{2}{3}}\approx 0{,}816$

4.
Treffer: Befragte Person:„Kleeblatt = Glück“
$H_0: p\le 0{,}25$ $\quad H_1: p>0{,}25$
Entscheidungsregel: H_0 ablehnen („Schlagzeile trifft zu“), falls Trefferzahl $k\ge k_0$
$\alpha=P_{H_0}(H_0$ abgelehnt$)=P(k\ge k_0)\le 0{,}05$;
$P_{n=100;p=0{,}25}(k\le k_0-1)\ge 0{,}95$
Tafel: $k_0-1=32$, also $k_0=33$.

5.
$AB:\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\1\\4\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-1\\-2\\-2\end{pmatrix}$, $\lambda\in\mathbb{R}$.
Einsetzen von C (erste Zeile $\lambda=-4$, zweite Zeile $\lambda=-1$), also liegt C nicht auf AB.
Abstand von $H(2|-7|2)$ von AB: Allg. Geradenpunkt $F(-\lambda|1-2\lambda|4-2\lambda)$. $\overrightarrow{HF}\circ\vec{u}=0$;
$(-\lambda-2)\cdot(-1)+(-2\lambda+8)\cdot(-2)+(-2\lambda+2)\cdot(-2)=0$; $\quad\lambda=2$; $\quad$ Lotfußpunkt des Lots von H auf g: $F(-2|-3|0)$
Abstand: $\overline{HF}=\sqrt{16+16+4}=6$

6.
$\vec{N}=\frac{1}{2}(\vec{A}+\vec{P})$, also $N(0|0{,}5|4)$.
$E_1:\vec{X}=\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}1\\0{,}5\\2\end{pmatrix}$, $\lambda,\mu\in\mathbb{R}$

7.
$E_2:\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\1\\4\end{pmatrix}+\lambda\vec{u}+\mu\vec{v}$ mit $\vec{u}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\-2\end{pmatrix}$, $\vec{v}=\begin{pmatrix}4\\2\\-4\end{pmatrix}$
Normalvektor $\vec{n}=\vec{u}\times\vec{v}$, Ansatz $n_1x_1+n_2x_2+n_3x_3=d$ und Einsetzen von A liefern:
$E_2: 12x_1-12x_2+6x_3-12=0$
$|\vec{n}|=\left|\begin{pmatrix}12\\-12\\6\end{pmatrix}\right|=\sqrt{144+144+36}=18$
HNF: $\frac{1}{3}(2x_1-2x_2+x_3-2)=0$
P in HNF: $d(P,E_2)=|\ldots|=\frac{2}{3}$
$l:\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\0\\4\end{pmatrix}+\kappa\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}$, $\kappa\in\mathbb{R}$.
Kugelgleichung: $x_1^2+x_2^2+(x_3-4)^2=(\frac{2}{3})^2$

8.
Ri.vektoren nicht parallel; gleichsetzen:
$\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-3\\10\\7\end{pmatrix}+\mu\begin{pmatrix}0\\4\\1\end{pmatrix}$
Erste Zeile: $-1+\lambda=-3$, $\lambda=-2$.
In zweite Zeile: $-2=10+4\mu$, $\mu=-3$.
Probe in dritter Zeile stimmt,
g und h_1 schneiden sich in $(-3|-2|4)$.
Schnittwinkel φ: $\varphi\approx 65{,}16°$, denn
$\cos\varphi=\frac{|\vec{u_1}\circ\vec{u_2}|}{|\vec{u_1}|\cdot|\vec{u_2}|}=\frac{1\cdot 0+1\cdot 4+(-1)\cdot 1}{\sqrt{1+1+1}\sqrt{0+16+1}}\approx 0{,}42$

9.
E_3 ist parallel zur x_2-Achse.
Achsenpunkte sind $(?|0|0)$, $(0|?|0)$ und $(0|0|?)$, also $(2|0|0)$ mit x_1-Achse,$(0|0|-\frac{4}{7})$ mit x_3-Achse, kein Schnitt mit x_2-Achse.
Schnittwinkel ψ mit den Achsen: Mit Richtungsvektor $\vec{u}$ der x_1-Achse und Normalvektor $\vec{n}$ von E_3, $\vec{u}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $\vec{n}=\begin{pmatrix}2\\0\\-7\end{pmatrix}$, und $\sin\psi=\frac{|\vec{u}\circ\vec{n}|}{|\vec{u}|\cdot|\vec{n}|}$ folgt $\psi\approx 15{,}95°$ mit x_1-Achse und analog $\psi\approx 74{,}05°$ mit x_3-Achse.

10.
„E_4 plus $2\cdot E_5$“ liefert $7x_1+7x_3=7$; z. B. $x_1=\tau$, dann $x_3=1-\tau$, $x_2=4-2x_1-3x_3=1+\tau$, also $\vec{X}=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}+\tau\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$, $\tau\in\mathbb{R}$.