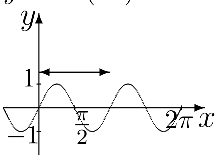
# 11. Klasse Lösungen — 11
# Verschieben und Strecken von Fkt.graphen — 02

1. Ausgehend vom Vergleich der Punkte $(2|4)$ und $(2|1)$ erkennt man die Stauchung in $y$-Richung auf $\frac{1}{4}$ so große $y$-Werte, also $h(x) = \frac{1}{4}x^2$.
   Vergleich der Punkte $(1|1)$ und $(2|1)$ liefert eine Streckung in $x$-Richtung mit Faktor 2, also auch $h(x) = (bx)^2$ mit $b = \frac{1}{2}$. In der Tat ist $h(x) = (\frac{1}{2}x)^2 = \frac{1}{4}x^2$.

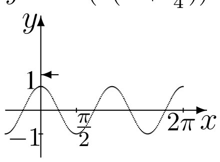
2. Verschiebung der Funktion $f$ um $c$ nach links und um $d$ nach oben hat den Term $h(x) = (x+c)^3 + d = (x+c)(x+c)(x+c) + d = (x^2 + 2cx + c^2)(x+c) + d = x^3 + 3cx^2 + 3c^2x + c^3 + d$. Vergleich dieses Terms mit $x^3 - 6x^2 + 12x - 1$ ergibt $3c = -6$, $3c^2 = 12$ und $c^3 + d = -1$, woraus $c = -2$ und $d = 7$ folgt. Also $h(x) = (x-2)^3 + 7$, d. h. es wurde um 2 nach rechts und um 7 nach oben verschoben.

3. $y = \sin(2x)$



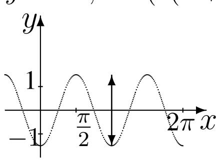

Stauchung in $x$-Ri. ($\frac{1}{2}$ Periodenlänge)

$y = \sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$



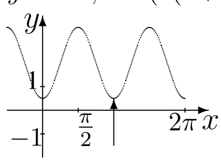

Verschiebung um $\frac{\pi}{4}$ nach links

$y = -1{,}5\sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$




1,5-fache $y$-Streckung; Spiegelung an $x$-Achse

$y = -1{,}5\sin(2(x+\frac{\pi}{4}))+2$

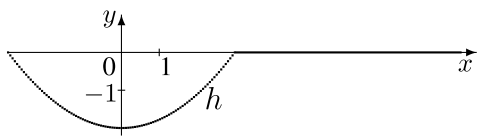



Verschiebung in $y$-Richtung um 2 nach oben

4. $h(x) = -2f(\frac{1}{3}(x+3))$, d. h. es wurde um 3 nach links verschoben, in $x$-Richtung mit Faktor 3 gestreckt, in $y$-Richtung mit Faktor 2 und gespiegelt.

   Für die Wertetabelle werden aus der Zeichnung die benötigten Werte vom $f(x)$ abgelesen:

| $x$ | $-3$ | $0$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $h(x)$ | $-2f(0)=0$ | $-2f(1)=-2$ | $-2f(2)=0$ |




5. (a) $g_a(x) = 0$, also $(7-a)x + \frac{1}{2}a = 0$; $(7-a)x = -\frac{1}{2}a$; $x = -\frac{a}{2(7-a)}$.
   Für $a = 7$ gibt es keine Nullstelle (sonst 0 im Nenner/waagrechte Gerade).

   (b) Punkt $(2011|2014)$ einsetzen: $2014 = (7-a)\cdot 2011 + \frac{1}{2}a$, also $2014 = 14077 - 2011a + 0{,}5a$, also $-12063 = -2010{,}5a$, also $a = 6$.

   (c) $g_0(x) = 7x$, $g_2(x) = 5x + 1$. Schnittpunkt $S$ durch Gleichsetzen: $7x = 5x + 1$, also $x = 0{,}5$. $y = g_0(0{,}5) = 3{,}5$. Somit $S(0{,}5|3{,}5)$.
   Prüfe durch Einsetzen, ob $S$ auf allen $g_a$ liegt: $3{,}5 = (7-a)\cdot 0{,}5 + \frac{1}{2}a$ ergibt $3{,}5 = 3{,}5 - 0{,}5 + 0{,}5a$, also $0 = 0$, eine für alle $a$ wahre Aussage, $S$ ist also ein allen $g_a$ gemeinsamer Schnittpunkt.

6. Gemäß Skizze ist Punktsymmetrie-Zentrum $Z(3|2)$ zu vermuten.

   Verschobene Funktion:
   $h(x) = f(x+3) - 2 = \frac{2(x+3)+4}{x+3-3} - 2 = \frac{2x+10}{x} - \frac{2x}{x} = \frac{2x+10-2x}{x} = \frac{10}{x}$.

   Punktsymmetrie: $h(-x) = \frac{10}{-x} = -\frac{10}{x} = -h(x)$.