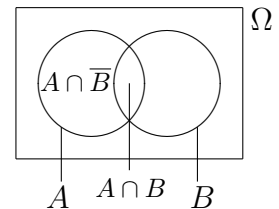




11. Klasse Lösungen	11
Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit	09

1. Betrachtet man das nebenstehende Diagramm, so sieht man $A \cup B = \underbrace{(A \cap \bar{B})}_{E_1} \cup \underbrace{B}_{E_2}$, wobei dann $E_1 \cap E_2 = \{\}$, wende



also Axiom (3) an: $P(A \cup B) = P(A \cap \bar{B}) + P(B)$.

Ebenso ist $A = \underbrace{(A \cap \bar{B})}_{E_1} \cup \underbrace{(A \cap B)}_{E_2}$ disjunkt und somit

$P(A) = P(A \cap \bar{B}) + P(A \cap B)$, also $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$.

Hieraus folgt $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

2. (a) V : Vorderlicht defekt. R : Rücklicht defekt.

Vierfeldertafel: Man macht sich zuerst klar, dass die W. von mindestens einem Defekt $P(R \cup V)$ durch drei der Felder gegeben ist, so dass für das vierte Feld $P(\bar{R} \cap \bar{V}) = 1 - 0,09$ bleibt. Zeilen- und spaltenweise können die restlichen Felder ergänzt werden.

	V	\bar{V}	
R	0,003	0,057	0,06
\bar{R}	0,03	0,91	0,94
	0,033	0,967	1

Man erkennt die Abhängigkeit: $P(V) \cdot P(R) = 0,033 \cdot 0,06 \neq 0,003 = P(V \cap R)$.

(b) Im Fall von Unabhängigkeit müsste für die gegebene Größe gelten:

$P(R \cap \bar{V}) = P(R) \cdot P(\bar{V})$, also $0,057 = 0,06 \cdot P(\bar{V})$, also $P(\bar{V}) = \frac{0,057}{0,06} = 0,95$,
 also $P(\bar{R} \cap \bar{V}) = 0,94 \cdot 0,95 = 0,893$, also $P(R \cup V) = 1 - 0,893 = 0,107$.

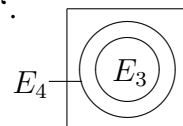
3. \bar{E}_3 : „Frühestens der 4. Besucher wünscht Currywurst“ oder „Die ersten 3 Besucher wünschen nicht Currywurst.“

$\bar{E}_3 \cap E_4$: „Der vierte Besucher ist der erste, der Currywurst wünscht“.

$P(\bar{E}_3) = 1 - P(E_3) = 1 - (1 - 0,6^3) = 0,216$.

Es ist E_3 Teilmenge von E_4 und daher

$P(\bar{E}_3 \cap E_4) = P(E_4) - P(E_3) = 1 - 0,6^4 - (1 - 0,6^3) = 0,0864$

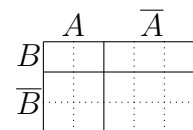


4. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{2}{15} = \frac{9}{15} = 0,6$.

A, B unabhängig: $P(A) \cdot P(B) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{15} = P(A \cap B)$.

Im Bild ist dies daran erkennbar, dass die „Teilungslinie“ auf gleicher Höhe verläuft, was bedeutet, dass der Anteil der B unter den A (also

$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$) gleich dem Anteil der B unter der Gesamtmenge ist ($= P(B)$).



5. (a) $\Omega = \{1111, \dots, 7777\}$, also (Zählprinzip \rightarrow grund55.pdf): $|\Omega| = 7^4 = 2401$.

Für die Anordnungsmöglichkeiten der gleichen Ziffern gibt es 6 Möglichkeiten (11xy, 1x1y, 1xy1, x11y, x1y1, xy11).

Es gibt 7 Möglichkeiten für die Wahl der beiden gleichen Ziffern, dann noch 6 Möglichkeiten für die zweite und dann noch 5 Möglichkeiten für die dritte Ziffer.

Also $|Z| = 6 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1260$, somit $P(Z) = \frac{1260}{2401} \approx 0,525$.

(b) Es gibt 4 ungerade Ziffern 1, 3, 5, 7, also $P(U) = \frac{4}{7} = \frac{256}{2401}$.

Entsprechend zu Teilaufgabe (a) überlegt man: $|U \cap Z| = 6 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 144$.

$P(U \cap Z) = \frac{144}{2401} \approx 0,060$, aber $P(U) \cdot P(Z) = \frac{256}{2401} \cdot \frac{1260}{2401} \approx 0,056$. Also sind U und Z abhängige Ereignisse.

(c) $P_Z(U) = \frac{P(U \cap Z)}{P(Z)} = \frac{144}{1260} \approx 0,114$.