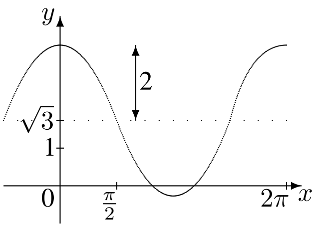
10. Klasse Lösungen — 10
Kompakt-Überblick zum Grundwissen — K

1.
(a) $\frac{\alpha_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi} = \frac{\alpha_{\text{Gradmaß}}}{360°}$, also
$\alpha = \frac{45°}{360°} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{4}$.
$A_{\text{Sektor}} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot r^2\pi = \frac{\alpha}{2}r^2 = \frac{\pi}{8}(10\,\text{cm})^2 = 12{,}5\pi\ \text{cm}^2 \approx 39{,}27\ \text{cm}^2$.
$b = \alpha r = \frac{\pi}{4} \cdot 10$ cm$= 2{,}5\pi$ cm $\approx 7{,}854$ cm.

(b) Sei R der Radius der großen und r der Radius der kleinen Kugel.
$V_{\text{groß}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = 27V_{\text{klein}} = 27 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3$, also $R = \sqrt[3]{27r^3} = 3r$.
$\frac{O_{\text{groß}}}{27O_{\text{klein}}} = \frac{4\pi R^2}{27\cdot 4\pi r^2} = \frac{R^2}{27r^2} = \frac{(3r)^2}{27r^2} = \frac{1}{3}$.
Die Oberfläche der großen Kugel ist also $\frac{1}{3}$ der gesamten Oberfläche der kleinen Kugeln.

2.


Nullstelle:
$f(x) = 0$, also
$2\cos(x) + \sqrt{3} = 0$;
$\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;
Taschenrechner (Bogenmaß, SHIFT-cos):
$x \approx 2{,}62$, bzw. genauer: $x = \frac{5}{6}\pi$
(Weitere Lösungen $x = -\frac{5}{6}\pi$ sowie 2π-periodische sind nicht die erste positive Nullstelle.)

3.
Abnahme um 40 %, also noch 60 % übrig, also $f(x) = 14 \cdot 0{,}6^x$.
Halbwertsdicke: $0{,}6^x = 0{,}5$.
$\log(0{,}6^x) = \log(0{,}5)$; $x\log(0{,}6) = \log(0{,}5)$;
$x = \frac{\log(0{,}5)}{\log(0{,}6)} \approx 1{,}36$.

4.
B: Kunde kauft Buch; D: Kunde kauft DVD.

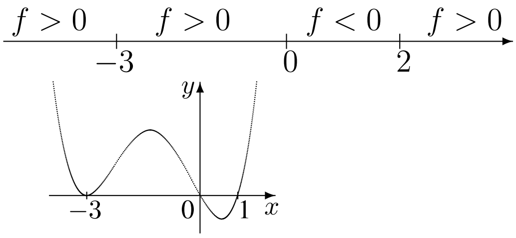
	B	$\overline{B}$	
D	0,01	0,14	**0,15**
$\overline{D}$	0,05	**0,80**	0,85
	0,06	0,94	**1**

Fett gedruckte Felder der Viereldertafel zuerst, dann die anderen zeilen- bzw. spaltenweise ergänzen.

$P_B(D) = \frac{P(D\cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}01}{0{,}06} \approx 0{,}17$

5.
$$(x^3 + 5x^2 + 3x - 9) : (x - 1) = x^2 + 6x + 9$$
$$\underline{-x^3 + x^2}$$
$$6x^2 + 3x \text{ usw.}$$

6.
$f(x) = x(x^3 + 5x^2 + 3x - 9)$
$x_1 = 0$. Lösung raten: $x_2 = 1$
Polynomdivision (siehe Aufgabe 5):
$(x^3+5x^2+3x-9) : (x-1) = x^2+6x+9 = (x+3)^2$
$x_{3/4} = -3$
Somit: $f(x) = x(x-1)(x+3)^2$.

7.
Nullstellen siehe Aufgabe 6.


8.
Die x^4-Funktion wird um a nach links verschoben und in x-Richtung 3-fach gestreckt.

9.
Da wegen der Punktsymmetrie $x = 2$, $x = -2$ und $x = 0$ Nullstellen sein müssen, ist als Ansatz
$f(x) = a(x-2)(x+2)x = a(x^3 - 4x)$
zu wählen. Wegen $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) \to +\infty$ und $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \to -\infty$ ist $a < 0$.
Jeder solche Funktionsterm leistet das Gewünschte, also z. B.
$f(x) = -(x^3 - 4x) = -x^3 + 4x$.

10.
f_1 hat Definitionslücke $x = 0$, also Graph D; Nullstelle $f_1(x) = 0$ für $x = 1$.
f_2 ist exponentiell fallend, also Graph A; Nullstelle $f_2(x) = 0$ für $x = 0$.
f_3 ist quadratische Funktion, also Parabel C; Nullstellen $f_3(x) = 0{,}2x(x-2) = 0$ für $x_1 = 0$, $x_2 = 2$.
f_4 ist lineare Funktion, also Gerade B; Nullstelle $f_4(x) = 0$ für $x = 5$.
f_5 ist verschobene und gespiegelte Funktion 5. Grades, also Graph E; Nullstelle $f_5(x) = 0$ für $x = 2$.