



10. Klasse Lösungen	10
Kompakt-Überblick zum Grundwissen	K

1.

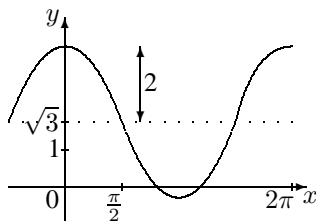
(a) $\frac{\alpha_{\text{Bogenmaß}}}{2\pi} = \frac{\alpha_{\text{Gradmaß}}}{360^\circ}$, also
 $\alpha = \frac{45^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{4}$.
 $A_{\text{Sektor}} = \frac{\alpha}{2\pi} \cdot r^2 \pi = \frac{\alpha}{2} r^2 =$
 $\frac{\pi}{8} (10 \text{ cm})^2 = 12,5\pi \text{ cm}^2 \approx 39,27 \text{ cm}^2$.
 $b = \alpha r =$
 $\frac{\pi}{4} \cdot 10 \text{ cm} = 2,5\pi \text{ cm} \approx 7,854 \text{ cm}$.

(b) Sei R der Radius der großen und r der Radius der kleinen Kugel.

$V_{\text{groß}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = 27V_{\text{klein}} = 27 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3,$
also $R = \sqrt[3]{27r^3} = 3r$.
 $\frac{O_{\text{groß}}}{27O_{\text{klein}}} = \frac{4\pi R^2}{27 \cdot 4\pi r^2} = \frac{R^2}{27r^2} = \frac{(3r)^2}{27r^2} = \frac{1}{3}$.

Die Oberfläche der großen Kugel ist also $\frac{1}{3}$ der gesamten Oberfläche der kleinen Kugeln.

2.



Nullstelle:
 $f(x) = 0$, also
 $2 \cos(x) + \sqrt{3} = 0;$
 $\cos(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2};$
Taschenrechner (Bogenmaß, SHIFT-cos):

$x \approx 2,62$, bzw. genauer: $x = \frac{5}{6}\pi$
(Weitere Lösungen $x = -\frac{5}{6}\pi$ sowie 2π -periodische sind nicht die erste positive Nullstelle.)

3.

Abnahme um 40 %, also noch 60 % übrig,
also $f(x) = 14 \cdot 0,6^x$.
Halbwertsdicke: $0,6^x = 0,5$.
 $\log(0,6^x) = \log(0,5); x \log(0,6) = \log(0,5);$
 $x = \frac{\log(0,5)}{\log(0,6)} \approx 1,36$.

4.

B : Kunde kauft Buch; D : Kunde kauft DVD.

	B	\bar{B}	
D	0,01	0,14	0,15
\bar{D}	0,05	0,80	0,85
	0,06	0,94	1

Fett gedruckte Felder der Viereldertafel zuerst, dann die anderen zeilen- bzw. spaltenweise ergänzen.

$P_B(D) = \frac{P(D \cap B)}{P(B)} = \frac{0,01}{0,06} \approx 0,17$

5.

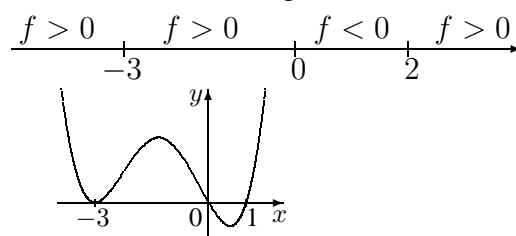
$(x^3 + 5x^2 + 3x - 9) : (x - 1) = x^2 + 6x + 9 - x^3 + x^2$
 $6x^2 + 3x$ usw.

6.

$f(x) = x(x^3 + 5x^2 + 3x - 9)$
 $x_1 = 0$. Lösung raten: $x_2 = 1$
Polynomdivision (siehe Aufgabe 5):
 $(x^3 + 5x^2 + 3x - 9) : (x - 1) = x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2$
 $x_{3/4} = -3$
Somit: $f(x) = x(x - 1)(x + 3)^2$.

7.

Nullstellen siehe Aufgabe 6.



8.

Die x^4 -Funktion wird um a nach links verschoben und in x -Richtung 3-fach gestreckt.

9.

Da wegen der Punktsymmetrie $x = 2$, $x = -2$ und $x = 0$ Nullstellen sein müssen, ist als Ansatz

$f(x) = a(x - 2)(x + 2)x = a(x^3 - 4x)$
zu wählen. Wegen $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \rightarrow +\infty$ und $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \rightarrow -\infty$ ist $a < 0$.

Jeder solche Funktionsterm leistet das Gewünschte, also z. B.

$f(x) = -(x^3 - 4x) = -x^3 + 4x$.

10.

f_1 hat Definitionslücke $x = 0$, also Graph D; Nullstelle $f_1(x) = 0$ für $x = 1$.

f_2 ist exponentiell fallend, also Graph A; Nullstelle $f_2(x) = 0$ für $x = 0$.

f_3 ist quadratische Funktion, also Parabel C; Nullstellen $f_3(x) = 0,2x(x - 2) = 0$ für $x_1 = 0, x_2 = 2$.

f_4 ist lineare Funktion, also Gerade B; Nullstelle $f_4(x) = 0$ für $x = 5$.

f_5 ist verschobene und gespiegelte Funktion 5. Grades, also Graph E; Nullstelle $f_5(x) = 0$ für $x = 2$.