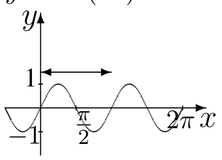
10. Klasse Lösungen — 10

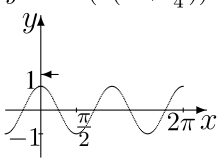
Parameter — 08

1. Ausgehend vom Vergleich der Punkte $(2|4)$ und $(2|1)$ erkennt man die Stauchung in y-Richung auf $\frac{1}{4}$ so große y-Werte, also $h(x) = \frac{1}{4}x^2$.
   Vergleich der Punkte $(1|1)$ und $(2|1)$ liefert eine Streckung in x-Richtung mit Faktor 2, also auch $h(x) = (bx)^2$ mit $b = \frac{1}{2}$. In der Tat ist $h(x) = (\frac{1}{2}x)^2 = \frac{1}{4}x^2$.
2. Verschiebung der Funktion f um c nach links und um d nach oben hat den Term $h(x) = (x+c)^3 + d = (x+c)(x+c)(x+c) + d = (x^2 + 2cx + c^2)(x+c) + d = x^3+3cx^2+3c^2x+c^3+d$. Vergleich dieses Terms mit $x^3-6x^2+12x-1$ ergibt $3c = -6$, $3c^2 = 12$ und $c^3 + d = -1$, woraus $c = -2$ und $d = 7$ folgt. Also $h(x) = (x-2)^3+7$, d. h. es wurde um 2 nach rechts und um 7 nach oben verschoben.
3. $y = \sin(2x)$

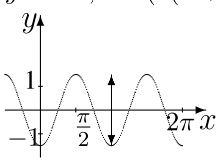
   Stauchung in x-Ri. ($\frac{1}{2}$ Periodenlänge)

   $y = \sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$

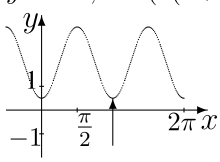
   Verschiebung um $\frac{\pi}{4}$ nach links

   $y = -1{,}5\sin(2(x + \frac{\pi}{4}))$

   1,5-fache y-Streckung; Spiegelung an x-Achse

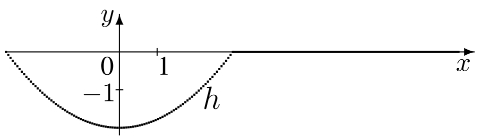
   $y = -1{,}5\sin(2(x+\frac{\pi}{4}))+2$

   Verschiebung in y-Richtung um 2 nach oben
4. $h(x) = -2f(\frac{1}{3}(x+3))$, d. h. es wurde um 3 nach links verschoben, in x-Richtung mit Faktor 3 gestreckt, in y-Richtung mit Faktor 2 und gespiegelt.

   Für die Wertetabelle werden aus der Zeichnung die benötigten Werte vom $f(x)$ abgelesen:

x	-3	0	3
$h(x)$	$-2f(0)=0$	$-2f(1)=-2$	$-2f(2)=0$

5. (a) $g_a(x) = 0$, also $(7-a)x + \frac{1}{2}a = 0$; $(7-a)x = -\frac{1}{2}a$; $x = -\frac{a}{2(7-a)}$.
   Für $a = 7$ gibt es keine Nullstelle (sonst 0 im Nenner/waagrechte Gerade).
   (b) Punkt $(2011|2014)$ einsetzen: $2014 = (7-a)\cdot 2011 + \frac{1}{2}a$, also $2014 = 14077 - 2011a + 0{,}5a$, also $-12063 = -2010{,}5a$, also $a = 6$.
   (c) $g_0(x) = 7x$, $g_2(x) = 5x + 1$. Schnittpunkt S durch Gleichsetzen: $7x = 5x + 1$, also $x = 0{,}5$. $y = g_0(0{,}5) = 3{,}5$. Somit $S(0{,}5|3{,}5)$.
   Prüfe durch Einsetzen, ob S auf allen g_a liegt: $3{,}5 = (7-a)\cdot 0{,}5 + \frac{1}{2}a$ ergibt $3{,}5 = 3{,}5 - 0{,}5 + 0{,}5a$, also $0 = 0$, eine für alle a wahre Aussage, S ist also ein allen g_a gemeinsamer Schnittpunkt.
6. (a) $x^2 - 7x + k = 0$; $x_{1/2} = \frac{7\pm\sqrt{49-4\cdot 1\cdot k}}{2\cdot 1}$ mit Diskriminante $D = 49 - 4k$.
   Ist $D > 0$, also $49 - 4k > 0$, also $k < 12{,}25$, gibt es zwei Lösungen für die Nullstellen.
   Ist $D = 0$, also $k = 12{,}25$, gibt es genau eine doppelte Nullstelle.
   Ist $D < 0$, also $k > 12{,}25$, gibt es keine Nullstellen.
   (b) Gemeinsame Punkte durch Gleichsetzen, d. h. die Gleichung $x^2 - 7x + 12{,}25 = -2x + t$ muss genau eine Lösung haben.
   $x^2 - 5x + 12{,}25 - t = 0$; $x_{1/2} = \frac{5\pm\sqrt{25-4\cdot 1\cdot(12{,}25-t)}}{2\cdot 1} = \frac{2{,}5\pm\sqrt{4t-24}}{2}$.
   Diese Gleichung hat genau eine Lösung, wenn unter der Wurzel 0 steht, also $4t - 24 = 0$, also $t = 6$.