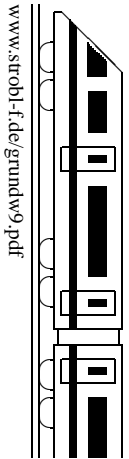


Grundwissen weitere Themen (alter LP)	W
Kurvendiskussion: Musteraufgabe	09



$$f(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3}$$

Theorie: → Grundwissen W/8

D: Nenner $x^3 = 0$ liefert Definitionslücke $x = 0$. Also: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

A: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}}{1} = 0.$

Also waagrechte Asymptote $y = 0$ (d. h. die x -Achse ist Asymptote).

$$\lim_{x \rightarrow 0-0} f(x) = \frac{-1}{-0} \rightarrow +\infty; \quad \lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = \frac{-1}{+0} \rightarrow -\infty$$

Also senkrechte Asymptote $x=0$ (Pol 3. Ordnung)

S: $f(-x) = \frac{3 \cdot (-x)^2 - 1}{(-x)^3} = \frac{3x^2 - 1}{-x^3} = -f(x)$

Also Punktsymmetrie zum Ursprung.

N: $f(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \approx \pm 0,58$

E: $f'(x) = \frac{x^3 \cdot 6x - (3x^2 - 1) \cdot 3x^2}{x^6} \stackrel{\text{kürzen!}}{=} \frac{-3x^2 + 3}{x^4}$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\begin{array}{cccc} f' < 0 & f' > 0 & f' > 0 & f' < 0 \\ \text{fällt} & \text{steigt} & \text{steigt} & \text{fällt} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{Min} & \notin D_f & \text{Max} \\ (-1 | -2) & & (1 | 2) \end{array}$$

↙ Durch Einsetzen von -1 in $f(x)$

Zur Vorzeichenbestimmung beachte man, dass hier bei f' der Nenner stets ≥ 0 ist und somit das Vorzeichen vom Zähler „gemacht“ wird.

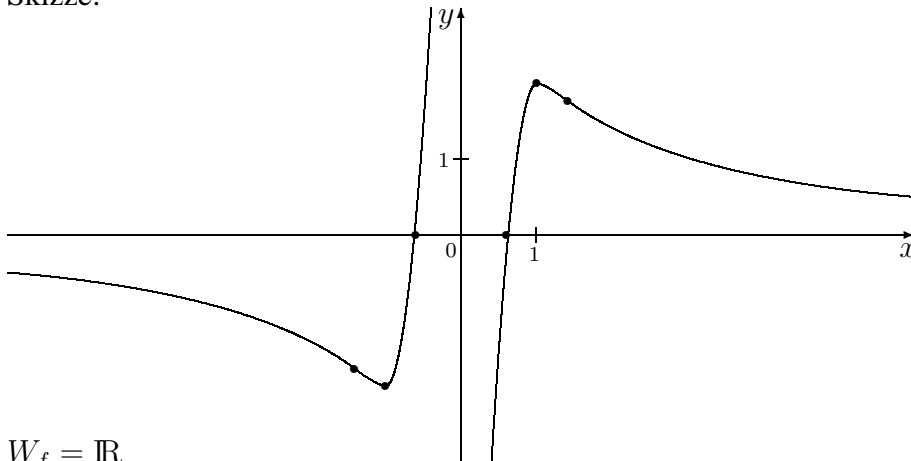
W: $f''(x) = \frac{x^4 \cdot (-6x) - (-3x^2 + 3) \cdot 4x^3}{x^8} \stackrel{\text{kürzen!}}{=} \frac{-6x^2 - (-3x^2 + 3) \cdot 4}{x^5} = \frac{6x^2 - 12}{x^5}$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{2}$$

$$\begin{array}{cccc} f'' < 0 & f'' > 0 & f'' < 0 & f'' > 0 \\ \text{rechts-} & \text{links-} & \text{rechts-} & \text{linksgekrümmt} \\ & -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{WP} & \notin D_f & \text{WP} \\ (-\sqrt{2} | -\frac{5}{2\sqrt{2}}) & & (\sqrt{2} | \frac{5}{2\sqrt{2}}) \end{array}$$

Skizze:



$$W_f = \mathbb{R}$$