



In solchen Gleichungen steht x meist für die Lösungsvariable; weitere vorkommende Buchstaben sind so genannte Parameter, die als Platzhalter für Zahlen stehen.

Beim Lösen solcher Gleichungen gelten zunächst die üblichen Regeln. Besonders zu beachten ist jedoch:

- Bei **linearen Gleichungen** bringe man wie üblich alle Stücke mit x auf die eine und den Rest auf die andere Seite; anschließend klammert man x aus.

Beispiel:

$$\begin{aligned} 4 - ax &= a - 7x \\ 7x - ax &= a - 4 \\ (7 - a)x &= a - 4 \end{aligned}$$

- Da nicht durch 0 dividiert werden darf, ist vor dem Dividieren nun stets eine **Fallunterscheidung** erforderlich. Beispiel:

$$(1) \qquad (7 - a)x = a - 4$$

Fall 1: $7 - a \neq 0$

Dann darf durch $(7 - a)$ dividiert werden und man erhält

$$\begin{aligned} x &= \frac{a - 4}{7 - a} \\ L &= \left\{ \frac{a - 4}{7 - a} \right\} \end{aligned}$$

Fall 2: $7 - a = 0$, d. h. $a=7$:

In diesem Fall lautet die Gleichung (1):

$$\begin{aligned} 0 \cdot x &= 7 - 4 \\ 0 &= 3 \\ L &= \{ \} \end{aligned}$$

Beispiel einer **Bruchgleichung** mit Parameter k :

$$\frac{x}{x - k} + \frac{x}{2x + k} = 1,5$$

Definitionsmenge¹: $\mathbb{Q} \setminus \{k; -\frac{k}{2}\}$

Nach Durchmultiplizieren dieser Gleichung mit dem Hauptnenner $(x - k)(2x + k)$ folgt:

$$\begin{aligned} x(2x + k) + x(x - k) &= 1,5(x - k)(2x + k) \\ 2x^2 + kx + x^2 - kx &= 3x^2 + 1,5kx - 3kx - 1,5k^2 \\ 1,5kx &= -1,5k^2 \end{aligned}$$

$$(2) \qquad kx = -k^2$$

Fall 1: $k \neq 0$

In diesem Fall darf Gleichung (2) durch k dividiert werden; es folgt

$$x = -\frac{k^2}{k} = -k, \quad \text{also } L = \{-k\}$$

(An dieser Stelle blickt man nochmals zurück auf die Definitionsmenge und stellt fest, dass $-k$ nicht verboten ist).

Fall 2: $k = 0$

In diesem Fall lautet Gleichung (2):

$$\begin{aligned} 0 \cdot x &= -0^2 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Da diese Gleichung stets wahr ist, dürfen in obiger Gleichung alle Werte für x eingesetzt werden außer den verbotenen Werten k und $-\frac{k}{2}$, d. h. $L = D = \mathbb{Q} \setminus \{k; -\frac{k}{2}\}$. Da $k = 0$ ist, kann die Lösungsmenge in diesem Fall geschrieben werden als $L = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

¹In einer Nebenrechnung oder im Kopf jeweils Nenner gleich 0 setzen!