

Unter dem Betrag einer Zahl  $a$  versteht man  $a$  selbst, wenn  $a$  nicht negativ ist, z. B.  $|5| = 5$ , und die Gegenzahl von  $a$ , wenn  $a$  negativ ist, z. B.  $|-5| = 5$ ; formal kann man die Gegenzahl von  $a$  schreiben als  $-a$ ; Beispiel: Ist  $a = -8$  (in dem Buchstaben  $a$  steckt also das „-“ mit drin!), so ist  $-a = -(-8) = +8$ .

Wenn man nicht weiß, ob das, was in Betragsstrichen steht, positiv oder negativ ist (weil Variablen vorkommen), benötigen wir eine Fallunterscheidung.

**Merke:**

Wenn Beträge vorkommen, dann:

1. Fall: „Was im Betrag steht“  $\geq 0$ :

Dann Betragsstriche weglassen (und durch runde Klammern ersetzen)

2. Fall: „Was im Betrag steht“  $< 0$ :

Dann Betragsstriche durch runde Klammern ersetzen und davor

Vorzeichen ändern

**Beispiel:**  $3 - |2x - 1|$

Schreibe zuerst Fallunterscheidung ...

... dann Betragsstriche auflösen ...

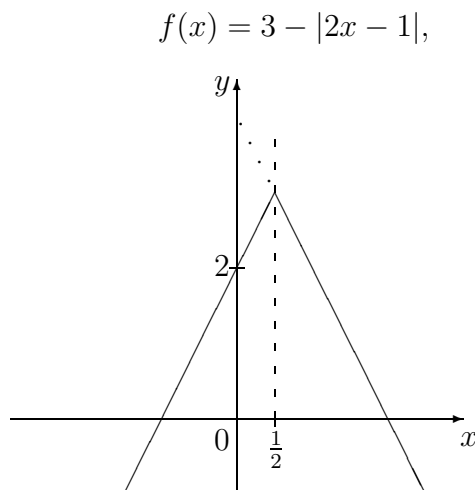
$$3 - |2x - 1| = \begin{cases} 3 - (2x - 1) & \text{falls } 2x - 1 \geq 0 \\ 3 + (2x - 1) & \text{falls } 2x - 1 < 0 \end{cases}$$

... dann äquivalent umformen:

$$= \begin{cases} 4 - 2x & \text{falls } x \geq \frac{1}{2} \\ 2 + 2x & \text{falls } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

Je nach Aufgabenstellung kann man auf diese Weise jetzt z. B. ...

... Funktionsgraphen zeichnen,  
z. B. zum Funktionsterm



... oder Gleichungen lösen, z. B.

$$3 - |2x - 1| = -6x$$

Fall 1:  $2x - 1 \geq 0$ , d. h.  $x \geq \frac{1}{2}$ :

$$\begin{aligned} 3 - (2x - 1) &= -6x \\ 4 - 2x &= -6x \\ x &= -1 \quad \swarrow \text{wegen} \end{aligned}$$

Fall 2:  $2x - 1 < 0$ , d. h.  $x < \frac{1}{2}$ :

$$\begin{aligned} 3 + (2x - 1) &= -6x \\ 2 + 2x &= -6x \\ x &= -\frac{1}{4} \quad \text{passt!} \end{aligned}$$

Somit:  $L = \{-\frac{1}{4}\}$

Etwas einfacher geht es bei Gleichungen vom Typ  $|2x - 1| = 5$ , wenn auf der rechten Seite nur eine Zahl (keine Variable) steht; dann überlegt man:  $|2x - 1|$  kann 5 sein, wenn

$$2x - 1 = 5 \quad \text{oder} \quad 2x - 1 = -5 \quad \text{gilt, also ... } L = \{3; -2\}.$$

Ebenso sieht man sofort: Die Gleichung  $|2x - 1| = -5$  hat als Lösungsmenge die leere Menge:  $L = \{\}$ , da Beträge nie negativ sein können.