Grundwissen weitere Themen (alter LP) — W

Nahtstellen — 10

Nahtstellen

Hat man eine abschnittsweise definierte Funktion, so liegen in den Teilbereichen links und rechts der Nahtstelle x_0 oft stetige und differenzierbare Standardfunktionen vor, so dass nur noch die Stelle x_0 zu untersuchen ist. Hier verwendet man meist das folgende Schema:

<table>
<tr><td colspan="3">Prüfung der Stetigkeit: Berechnung des Funktionswertes $f(x_0)$ und der Grenzwerte von links und von rechts $\lim\limits_{x\to x_0-0} f(x)$ und $\lim\limits_{x\to x_0+0} f(x)$</td></tr>
<tr><td>sind nicht gleich</td><td colspan="2">sind gleich</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow$ nicht stetig an x_0</td><td colspan="2">$\Rightarrow$ stetig an x_0</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Wenn nicht stetig, dann auch nicht diffbar</td><td colspan="2">Prüfung der Diffbarkeit: Berechnung der Grenzwerte $\lim\limits_{x\to x_0-0} f'(x)$ und $\lim\limits_{x\to x_0+0} f'(x)$</td></tr>
<tr><td>sind gleich</td><td>sind nicht gleich</td></tr>
<tr><td>$\Rightarrow$ diffbar an x_0</td><td>$\Rightarrow$ nicht diffbar an x_0</td></tr>
</table>

Das Schema ist nicht anwendbar, wenn die Grenzwerte $\lim\limits_{x\to x_0\pm 0} f'(x)$ nicht existieren. Abschnittsweise definierte Funktionen erhält man auch bei Betragsfunktionen ($\to$ Grundwissen W/3) oder bei Wurzeln von der Sorte $\sqrt{x^2} = |x|$.
Stetigkeit anschaulich: „Graph kann mit dem Bleistift in einem Zug ohne Absetzen gezeichnet werden“.
Diffbarkeit anschaulich: „Graph ist glatt“.
Nicht-Diffbarkeit an der Nahtstelle: Knick; mit der obigen Schnittwinkel-Betrachtung kann der Knickwinkel bestimmt werden.