8. Klasse TOP 10 Grundwissen — 8
Rechnen mit Bruchtermen — 06

- **Faktorisiere den Nenner**, d. h. schreibe ihn durch Ausklammern als Produkt.

  Beispiele: $\frac{6x-4}{5x^2-ax} = \frac{6x-4}{x(5x-a)}$ $\qquad \frac{ab}{6a-4b} = \frac{ab}{2(3a-2b)}$

  Tipp: Einen faktorisierten Nenner nicht ausmultiplizieren, wenn es nicht nötig ist![1]

- **Definitionsmenge**: Der Nenner darf nicht 0 werden. In obigen Beispielen ist also zu fordern:[2] $x \neq 0, x \neq \frac{a}{5}$ bzw. $3a - 2b \neq 0$, also $a \neq \frac{2}{3}b$

- **Richtiges Kürzen**

  Kürzen darf man nur, wenn in Zähler und Nenner ein Produkt steht. Man muss also zuerst faktorisieren. Beispiel: $\frac{6x-6a}{x^2-ax} = \frac{6(x-a)}{x(x-a)} = \frac{6}{x}$

  Bei Summen und Differenzen darf nicht gekürzt werden, z. B. $\frac{6x+a}{x^2+a}$ oder $\frac{6(x-a)-1}{x-a}$ können nicht vereinfacht werden.

  Ausnahme: Man führt das Ausklammern im Kopf durch und kürzt in jedes Glied der Summe. Beispiele: $\frac{6x-6a}{2x^2} = \frac{3x-3a}{x^2}$ (mit 2 gekürzt); $\frac{5x}{x^2-ax} = \frac{5}{x-a}$ (mit x gekürzt)

- **Addition, Subtraktion**

  Auf gemeinsamen Nenner bringen (vorher faktorisieren), dann auf gemeinsamem Bruchstrich addieren/subtrahieren (Klammern setzen). Beispiel:

  $\frac{x-3}{2x-2} - \frac{x-1}{2x+2} + 4 = \frac{x-3}{2(x-1)} - \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{4}{1} = \ldots$

  (hier wurde zuerst faktorisiert; Hauptnenner ist nun $2(x-1)(x+1)$, der erste Bruch wird erweitert mit $(x+1)$, usw.:)

  $$\ldots = \frac{(x-3)(x+1)}{2(x-1)(x+1)} - \frac{(x-1)(x-1)}{2(x-1)(x+1)} + \frac{4 \cdot 2(x-1)(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+x-3x-3-\overbrace{(x^2-x-x+1)}^{\text{Klammern setzen!}}+8(x^2+x-x-1)}{2(x-1)(x+1)} =$$

  $$= \frac{x^2-2x-3-x^2+2x-1+8x^2-8}{2(x-1)(x+1)} = \frac{8x^2-12}{2(x-1)(x+1)} = \frac{4x^2-6}{(x-1)(x+1)}$$

- **Multiplikation, Division**: Wie gewohnt (wie bei normalen Brüchen → grund61.pdf).

  Beispiel: $\frac{2}{(x+1)(x-1)} : \frac{10}{3x-3} = \frac{2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{3x-3}{10} = \frac{2 \cdot 3(x-1)}{(x+1)(x-1) \cdot 10} = \frac{3}{5(x+1)}$

- **Doppelbrüche** als Quotienten schreiben. Beispiel:

  $$\frac{\frac{m}{s}}{\frac{m}{s^2}} = \frac{m}{s} : \frac{m}{s^2} = \frac{m}{s} \cdot \frac{s^2}{m} = \frac{ms^2}{sm} = \frac{s}{1} = s$$

  Meist lässt man den ersten Zwischenschritt weg und schreibt gleich direkt den Nenner des Nenners (hier s^2) in den Zähler.

- **Vorzeichen**

  Auf Minusklammern achten (besonders beim Subtrahieren, siehe oben)!

  Eventuell kann man in Zähler und Nenner (-1) ausklammern und kürzen. Beispiel: $\frac{-x-1}{-x-7} = \frac{-(x+1)}{-(x+7)} = \frac{x+1}{x+7}$ („Minus durch minus ist plus“)

  Ein ausgeklammertes Minus des Zählers oder Nenners darf man auch vor den Bruch schreiben. Beispiel: $\frac{x}{-x-1} = \frac{x}{-(x+1)} = -\frac{x}{x+1}$ („Plus durch minus ist minus“)

  (-1)-Trick: Will man (z. B. um kürzen zu können) eine Differenz „umdrehen“, so erreicht man dies durch Ausklammern von (-1). Beispiel: $7 - x = -(-7 + x) = -(x - 7)$, also $\frac{7-x}{2x-14} = \frac{-(x-7)}{2(x-7)} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

[1] Denn z. B. bei $(x-2)(x+7)$ sieht man Definitionsmenge usw. viel leichter als bei $x^2 + 5x - 14$.

[2] Eventuell empfiehlt es sich, in einer Nebenrechnung (NR) den Klammerausdruck gleich 0 zu setzen. Im ersten Beispiel: NR: $5x - a = 0$; $5x = a$; $x = \frac{a}{5}$.